

信州大学工学部 正 員 長 尚

信州大学工学部 正 員 小山 健

信州大学工学部 学生員 ○庭野 隆

1. まえがき

一般に、構造物もしくは構造部材の破壊確率 p_f を計算することは、個々の確率変数 X_i の確率分布が正規分布もしくは対数正規分布の場合であっても、破壊基準関数 Z_j が特別な形をしているときを除いて非常に困難である。そのような場合、計算の効率が良くなるように工夫したモンテカルロ法を用いても、破壊確率が小さいと非常に多くの計算時間を必要とする。そこで本文では、先に指摘したように破壊確率との対応が良い、Hasofer らの定義した安全性指標 β を利用して、比較的効率の良い、トラスの破壊確率の一計算法について述べ、計算例を示す。

2. Hasofer らの定義した安全性指標 β について

Hasofer らは、安全性指標 β を、“確率変数 X を正規化変換して標準化空間で表現された破壊限界曲面への原点からの距離（ノルム）である”と定義した。この定義によると、破壊基準関数が多数の確率変数の非線形関数であっても次のような手順により、比較的容易に安全性指標 β を求めることができる。(a) 破壊基準関数 $Z = g(X) = 0$ ---- (1) を、 $x_i = (X_i - \bar{X}_i) / \sigma_i$ ---- (2) もしくは $x_i = (\ln X_i - \ln \bar{X}_i) / V_i$ ---- (3) の関係を用いて正規化変換した式、 $\tilde{Z} = \tilde{g}(x)$ ---- (4) を作る。(b) 式 (4) と原点から下ろした垂線の交点の座標の近似値 x^0 を仮定する。(c) 次式より x^a を計算する。 $x^a = \nabla \tilde{g}(x^0) [x^{0T} \nabla \tilde{g}(x) / \{ \nabla \tilde{g}(x^0)^T \nabla \tilde{g}(x^0) \}]$ ---- (5) (d) ある1つの変数 x_l を除き、 $x^1 = x^a$ ---- (6) とし、 x_l^1 は、 $\tilde{g}(x^1) = 0$ ---- (7) の関係を用いて決める。(e) $|x^1 - x^0| > \varepsilon$ (精度) ---- (8) であれば $x^0 = x^1$ ---- (9) として (c) へ戻る。(f) $\beta = \sqrt{\sum_i (x_i^1)^2}$ ---- (10)。この定義による安全性指標 β は、破壊基準関数の式がただ1つの構造物の破壊問題で、個々の確率変数が正規分布もしくは対数正規分布の場合には、正確な破壊確率に対応した安全性指標 β にかなり近いものである²⁾。したがって構造物のある特定の部材の破壊確率 p_f を比較的容易に求めることができる。

3. 計算法

いまトラスの j 部材の破壊基準関数 Z_j を、荷重、強度（座屈強度も含む）、断面積および構造解析の変動性を考慮して次のように表わす。 $Z_j = E_b \bar{\sigma} \sigma_j A_j - E_a \sum_{k=1}^K a_{jk} P_k$ ---- (11) ここに、 E_b : 座屈強度係数（確率変数、平均値 1.0、変動係数 V_{b_j} ）、 $\bar{\sigma} = 1 - 0.136 \bar{\lambda} - 0.3 \bar{\lambda}^2$ ($\bar{\lambda} \leq 1.0$ のとき)、 $1.276 - 0.888 \bar{\lambda} + 0.176 \bar{\lambda}^2$ ($\bar{\lambda} > 1.0$ のとき) ---- (12)、 $\bar{\lambda} = (\lambda / \pi) \sqrt{(\bar{\sigma}_j / E)}$ ---- (13)、 λ : 細長比、 E : 弾性係数、 σ_j : j 部材の降伏点強度（確率変数、平均値 $\bar{\sigma}_j$ 、変動係数 V_{σ_j} ）、 A_j : j 部材の断面積（確率変数、平均値 $\bar{A}_j$ 、変動係数 V_{A_j} ）、 E_a : 構造解析係数（確率変数、平均値 1.0、変動係数 V_a ）、 a_{jk} : k 点に単位の荷重が作用した場合に j 部材に生ずる断面力、 P_k : k 点に作用する荷重（確率変数、平均値 $\bar{P}_k$ 、変動係数 V_{P_k} ）

である。式(11)は確率変数 E_b , σ_j , A_j , E_a , P_k の非線形関数であるが, 前項で述べた手順を適用すれば, 正確な破壊確率にほぼ対応した安全性指標 β_j が求められる。したがってトラスの j 部材の破壊確率 p_j は次式より得られる。 $p_j = (1/\sqrt{2\pi}) \int_{\beta_j}^{\infty} \exp(-u^2/2) du$ ---- (14) 個々の部材の破壊確率が求められると, トラス構造物全体としての破壊確率は次のようにして決める。いまある n 破壊モードの破壊確率を p_n とし, $p_{j,\min} = p_{n,\max}$ ---- (15), $p_{j,\max} = \sum_{n=1}^N p_n$ ---- (16) とすると, 構造物としての破壊確率 p_f は次のような関係がある。 $p_{j,\min} \leq p_f \leq p_{j,\max}$ ---- (17) そこでここでは, p_f の近似値を求めるために次式を用いる。 $p_f = 0.5(p_{j,\max} + \sqrt{p_{j,\min} \cdot p_{j,\max}})$ ---- (18) 静定トラスの場合は $p_{j,\min} = p_{j,\max}$, $p_{j,\max} = \sum_{j=1}^m p_j$ ---- (19) であるが, 不静定トラスの場合は, 考えられる破壊モードのすべてについて, 個々の部材の破壊確率 p_j を用いて評価する必要がある。

4. 計算例

図-1に示す静定トラスの計算例について述べる。用いた各確率変数の平均値および変動係数は次の通りである。

$\bar{P}_1 = 18t$, $V_{P1} = 0.2$, $\bar{P}_2 = 18t$, $V_{P2} = 0.2$, $\bar{\sigma}_{j1} = 4000 \text{ kg/cm}^2$, $V_{\sigma j} = 0.01$, $\bar{A}_j = (\text{表-1})$, $V_{A_j} = 0.01$, $E_b = 0, 0.1, 0.2$ (3種類), $V_a = 0$

(静定構造物では部材力算定の変動はほとんどないと考えられる)。なお $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, $\lambda = 60$ とした。表-1に, 各部材の β_j とそれに対応する p_j および全体の破壊確率 p_f を, 各確率変数が正規分布する場合と, 対数正規分布する場合について示した。なお, この種の向題では, 座屈強度の変動性が破壊確率 p_f に影響を与える大きな要因となることが予想されるが, 表-1の結果もそのことをはっきり示している。

参考文献

(1) 長 尚, 小山健: 破壊確率の一計算法について, 土木学会中部支部昭和54年度研究発表会概要集, 1980。

(2) 長 尚, 小山健: 安全性指標 β に関する若干の考察, 同上。

(3) Hasofer & Lind: Exact and Invariant Second-Moment Code Format, ASCE, Vol. 100, EM 1, 1974。

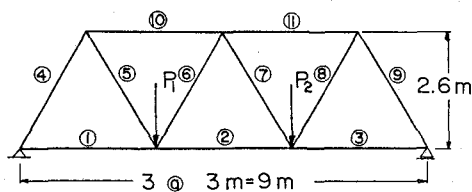


図-1

表-1

確率分布	部材	A_j	$V_b = 0$		$V_b = 0.1$		$V_b = 0.2$	
			β_j	$p_j \times 10^5$	β_j	$p_j \times 10^5$	β_j	$p_j \times 10^5$
正規分布	1	4.5	4.85	0.1	4.85	0.1	4.85	0.1
	2	8.5	4.44	0.5	4.44	0.5	4.44	0.5
	3	4.5	4.85	0.1	4.85	0.1	4.85	0.1
	4	15.5	6.74	0.0	4.06	2.5	2.37	887.2
	5	9.0	4.85	0.1	4.85	0.1	4.85	0.1
	6	4.0	8.11	0.0	8.11	0.0	8.11	0.0
	7	4.0	8.11	0.0	8.11	0.0	8.11	0.0
	8	9.0	4.85	0.1	4.85	0.1	4.85	0.1
	9	15.5	6.74	0.0	4.06	2.5	2.37	887.2
	10	15.5	6.74	0.0	4.06	2.5	2.37	887.2
	11	15.5	6.74	0.0	4.06	2.5	2.37	887.2
	p_f		0.8×10^{-5}		8.0×10^{-5}		2660×10^{-5}	
対数正規分布	1	4.5	3.56	18.4	3.56	18.4	3.56	18.4
	2	8.5	3.46	26.8	3.46	26.8	3.46	26.8
	3	4.5	3.56	18.4	3.56	18.4	3.56	18.4
	4	15.5	4.52	0.3	3.84	6.1	2.81	249.1
	5	9.0	3.56	18.4	3.56	18.4	3.56	18.4
	6	4.0	5.77	0.0	5.77	0.0	5.77	0.0
	7	4.0	5.77	0.0	5.77	0.0	5.77	0.0
	8	9.0	3.56	18.4	3.56	18.4	3.56	18.4
	9	15.5	4.52	0.3	3.84	6.1	2.81	249.1
	10	15.5	4.52	0.3	3.84	6.1	2.81	249.1
	11	15.5	4.52	0.3	3.84	6.1	2.81	249.1
	p_f		77×10^{-5}		91×10^{-5}		810×10^{-5}	