

金沢大学 学員・関 謙二

金沢大学 正員 吉田 博

金沢大学 正員 梶川 康男

1. 緒言 柱の座屈後の変形状態を論じるエラスティカの理論の基礎となる式は、非線形の常微分方程式である。この式は非線形性は、変位の1階微分量に依存する。これが、この問題を複雑なものにしているのである。そこで、本解析では、この非線形項の取り扱いを容易にするため、要素内でたわみ角を一定とする剛体-バネ系モデルを用いてモデル化を行っている。これにより、非線形項の処理が極めて容易となる。

2. 理論 Fig.1に示すような要素について考える。今、軸圧縮荷重 $P^{(N)}$ が作用して、図のような状態で釣り合っているとする。荷重を $\Delta P^{(NH)}$ 増加させ、 $P^{(NH)}$ としたとき、節点1と節点2の間の状態量の増分の関係式は、以下のようになる。

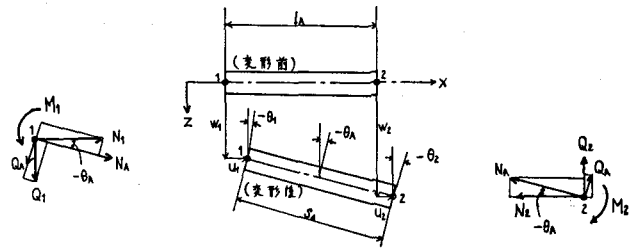


Fig.1 A new beam element

$$\Delta W_2 = \Delta W_1 - l_A \delta \Delta \theta_1 + \frac{l_A^2}{2EI} \delta \Delta M_1 - \frac{l_A}{2EI} (1 - \cos 2\theta_A^{(N)}) \Delta Q_1 + \frac{l_A}{2EI} \sin 2\theta_A^{(N)} P^{(NH)} \quad (1)$$

$$\Delta \theta_2 = (1 - \frac{l_A^2}{2EI} \epsilon) \Delta \theta_1 - \frac{l_A}{2EI} (2 - \frac{l_A^2}{2EI} \epsilon) \Delta M_1 - \frac{l_A^2}{2EI} \delta \Delta Q_1 - \frac{l_A^2}{2EI} \zeta \Delta P^{(NH)} \quad (2)$$

$$\Delta M_2 = l_A \epsilon \Delta \theta_1 + (1 - \frac{l_A^2}{2EI} \epsilon) \Delta M_1 + l_A \delta \Delta Q_1 + l_A \zeta \Delta P^{(NH)} \quad (3)$$

$$\Delta Q_2 = \Delta Q_1 \quad (4)$$

$$\Delta u_2 = \Delta u_1 - l_A \eta \Delta \theta_1 + \frac{l_A^2}{2EI} \eta \Delta M_1 + \frac{l_A}{2EI} \sin 2\theta_A^{(N)} \Delta Q_1 - \frac{l_A}{2EA} (1 + \cos 2\theta_A^{(N)}) \Delta P^{(NH)} \quad (5)$$

ただし、

$$\theta_A^{(N)} = \theta_1^{(N)} - \frac{l_A}{2EI} M_1^{(N)} \quad (6)$$

$$\delta = \cos \theta_A^{(N)} + \frac{1}{EA} (Q_1^{(N)} \sin 2\theta_A^{(N)} - P^{(NH)} \cos 2\theta_A^{(N)}) \quad (7)$$

$$\epsilon = -Q_1^{(N)} \sin \theta_A^{(N)} + P^{(NH)} \cos \theta_A^{(N)} + \frac{1}{EA} (Q_1^{(N)} \cos 2\theta_A^{(N)} + 2Q_1^{(N)} P^{(NH)} \sin 2\theta_A^{(N)} - P^{(NH)2} \cos 2\theta_A^{(N)}) \quad (8)$$

$$\eta = \sin \theta_A^{(N)} - \frac{1}{EA} (Q_1^{(N)} \cos 2\theta_A^{(N)} + P^{(NH)} \sin 2\theta_A^{(N)}) \quad (9)$$

$$\zeta = \eta + \frac{1}{2EA} \sin 2\theta_A^{(N)} \Delta P^{(NH)} \quad (10)$$

とする。この式を用いて伝達計算を行っていく。なお、境界条件の処理については、通常の伝達マトリックス法と同じ方法である。

3. 計算結果および考察 数値計算例として、軸圧縮荷重を受ける両端単純支持の柱の解析を行った。座屈時の変位を

$$W(x) = 0.1 \cdot l \cdot \sin \frac{\pi x}{l} \quad (11)$$

と仮定し、これより他の状態量を計算する。ここから、荷重を漸次増加させ、座屈後の挙動を追跡する。計算結果をFig.2～Fig.7に示す。この問題は、精円関数をもちいた解析解、また、同じモデルを用

いた有限要素解が導かれているので、それと比べてみると、荷重-変位関係、断面の分布ともによく一致している。伝達式を求める際、増加量の2次の項は、微小であると仮定して無視しているの、この程度の解が得られるか疑問であった。荷重増加ステップを適当に取るにより、多様な結果を得ることが出来る。また、初期設定量の手え方によっても誤差を少なくすることが出来る。座屈時の軸方向変位に少な目な値を与えたのが、荷重-変位関係で軸方向変位が少な目になった原因と思われる。なお、この計算に用いた要素数は20である。

4. 結語 東大生研の川井忠彦教授の考案された剛体-バネ系モデルを伝達マトリックス法に應用してみると、有限要素法に比べて、理論的にやさしく、また、計算方法も簡単で、また、計算容量もかなり小さくてすむ。伝達マトリックス法の相落さという問題点は、倍精度計算、無次元化により改善している。さて、こ

のモデルは、大変形問題用なので、変形が小さい時は、従来の方法による方がよい。そして、変形が大きくなれば用いるというように従来のものと併用する方が合理的だと思われる。

参考文献

近藤一夫, 川井忠彦,
低次の形状関数を用いた梁柱の座屈および大撓み問題の有限要素解析,

日本造船学会論文集, 第142号, pp.197~207, 1977.

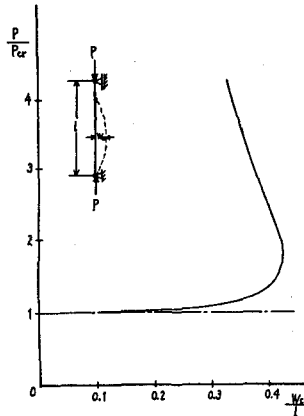


Fig.2 Load-deflection curve (a)

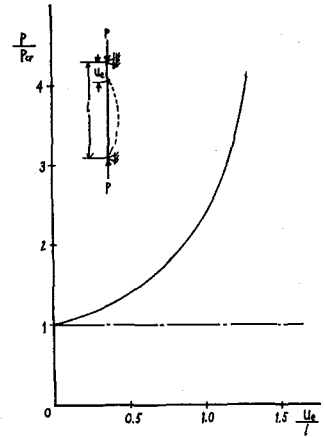


Fig.3 Load-deflection curve (b)

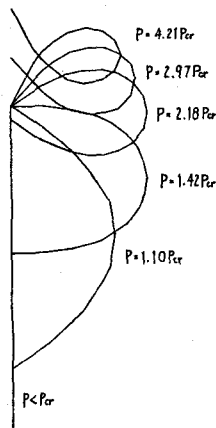


Fig.4 Relation of load and deformation

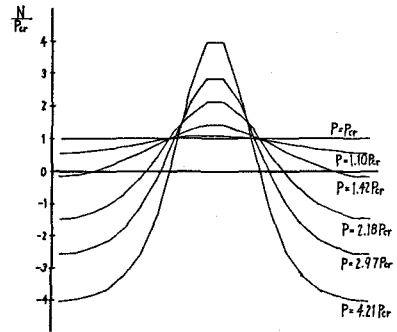


Fig.5 Distribution of axial force at each load steps

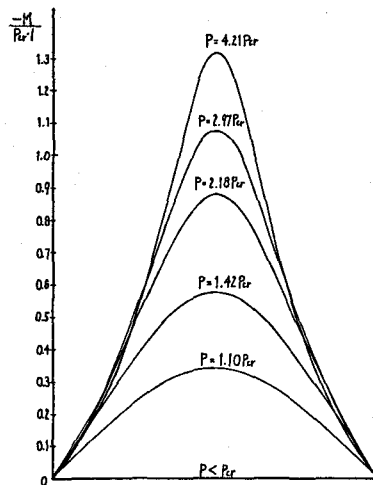


Fig.6 Distribution of moment at each load steps

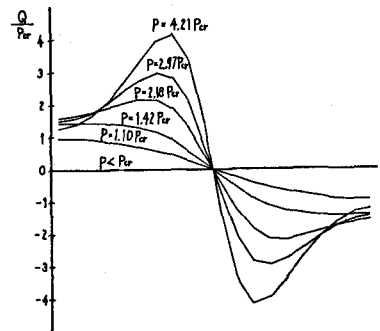


Fig.7 Distribution of shear force at each load steps