

信州大学 正員 ○中島孝満

信州大学 正員 草間孝志

1. まえがき Schapery¹⁾ は非可逆的な熱力学の研究から、ステップ関数で表わされる刺激が $t=0$ で作用する粘弾性問題に対し、時間に依存する式 (1) の解で表わされるとした。ここに、 a_1, a_2 は初期条件または最終条件より定まる定数であり、 $f(t)$ は式 (2) で表わされる過渡応答成分である。 $F(\alpha)$ が Dirac の δ 関数の和であるならば、 $\gamma = 1/\alpha$ とおくと、 $f(t)$ は式 (3) の Dirichlet 級数で表わされる。いま、構造物のある領域内で γ_k が一定とすると、その領域内の点 n (1, 2, ..., m) の $f(t)$ は式 (4) で表現される²⁾。ここに $\{\bar{f}(n)\}$ は S をラプラス変数とするとき、 $S = \gamma_k$ ($k=1, 2, \dots, n$) といったときの過渡応答成分のラプラス面での値であり、対応原理より求まる。 $[b]^*$ は γ_k により定まるマトリックスで、 $\bar{f}(s)$ は $f(t)$ のラプラス変換である。式 (4) より $\{f(t)\}$ は採用する γ_k の値に支配される。筆者らは式 (5) より γ の分布を求め、図から視察により γ_k の値を選択していた。本報告は γ_k の選択と計算機に自動的にこなわせて数値解析する方法を述べたものである。以下計算例によって説明する。

$$\bar{f}(s) = a_1 + a_2 s + f(s) \quad (1)$$

$$f(t) = \int_0^\infty F(\alpha) e^{-\alpha t} d\alpha \quad (2)$$

$$f(t) = \sum_{k=1}^n A_k e^{-\gamma_k t} \quad (3)$$

$$\{f(t)\} = \{\bar{f}(n)\} [b]^* \{\exp(-\gamma t)\} \quad (4)$$

$$H(\gamma) = \frac{1}{6\beta} \left[4 \frac{d^3 \bar{f}(s)}{d(\ln s)^3} - 5 \frac{d^2 \bar{f}(s)}{d(\ln s)^2} + \frac{d \bar{f}(s)}{d(\ln s)} \right]_{s=\gamma} \quad (5)$$

2. 内圧をうける厚肉粘弾性円筒 図-1 の中に示す厚肉粘弾性円筒を平面ひずみ問題として取り扱う。この問題は弾性解が式の形で求られているゆえ、弾性解を

$$\left. \begin{aligned} U_r &\rightarrow S \bar{U}_r(S), & P &\rightarrow S \bar{P}(S) \\ K &\rightarrow S \bar{K}(S), & Q &\rightarrow S \bar{Q}(S) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

で置きかえると、 $U_r(t)$ のラプラス面での解が得られる。図-2 は $r=b$ での $S \bar{U}_r(S) \sim S$ 関係を示す。図より $S = 0.01 \sim 100$ の範囲で変化することがわかり、従来はこの S の範囲で適当に几个 $S = \gamma_k$ として選点を行なっていた。図-1 は式 (5) を差分近似により求めた結果である。一方 $S \bar{f}(S) = \frac{S}{S+c} f(t) = e^{-ct}$ に式 (5) を適用すると、 $\gamma = c$ で卓越する図-3 の曲線を得る。図-1 の H と γ で数値微分

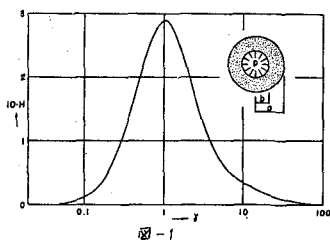


図-1

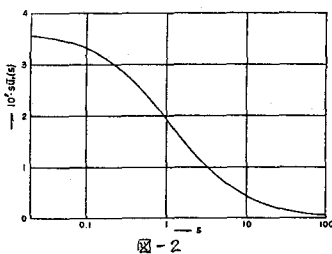


図-2

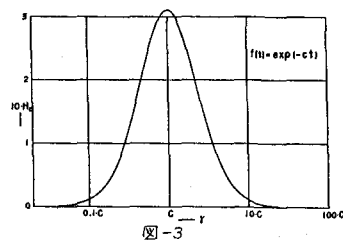


図-3

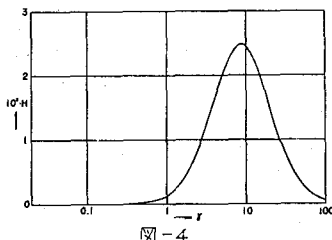


図-4

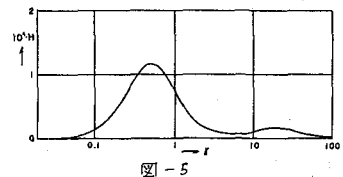


図-5

し0とおくと $r_1 \approx 1$ が得られ、図-3の山の値

を図-1の山の点の値に一致させると A_1 が求まる。図-1から図-3の A_1 値をひくと図-4を

得る。図-4についても同様な操作をすると A_2

が求まり、以下順次 r_R, A_R を得る。このとき一旦求まった A_2 による分をついた H から

再び A_1 を求めれば精度は向上する。図-5

は A_3 を求めた後の H を示したもので、卓越

点での H の値は図-1の卓越点での H の $1/2500$

に減少している。このように H の比がある値以下になるまで計算を実行する。この一連の操作

は $H(t) = \sum_{k=1}^n A_k H_0(r_k)$ を求めるもので、 $f(s)$ の部分

分数展開の近似式を主要項から逐次求めていく

ことに相当する。以上の計算はすべての r について行なわれ、 r_R が求まったならば式(18)から

$f(x)$ を求めればよい。表-1は G をケルビン体としたときの計算結果

の一例で、 r_1, r_2, r_3 と3点選点され、最終値を一致した場合である。

3. NATMへの応用 NATMの解析は掘削の進行を考慮

した粘弾塑性問題として取り扱うべきであるが、ここでは、粘弾性問題として、前述の方法を適用する

ことを試みた。用いた仮定は、1) 地山は線形粘弾性体とする。2) ロックボルトは弾性体とする。

3) 地山とロックボルトの間にはすべりはない。つぎに基本的な考え方を列記すると、1) 掘削前に

おいて、地山は自重の作用に釣り合い、定常状態に達している。2) トンネルの素掘りは $t=0$ で瞬

間に行なわれ、掘削にともなうトンネル周辺の応力開放により、地山は瞬間弾性変位する。3) ロック

ボルトは地山の瞬間弾性変位が生じた後に埋設される。したがって、ロックボルトは地山の瞬間弾

性変位に対しては抵抗せず、以後の地山のクリープ変位に対し抵抗して軸力が生ずる。すなわち、 $t=0$

では地山は変位するが、ロックボルトの軸力は0である。以上の考えのもとに数値計算を行なった。

図-6は要素分割であり、点線部が掘削部分である。紙面の都合上、用いた定数の記述は省略するが

図-7に示すように、この例の場合、ロックボルトの最大引張応力は 1700 kg/cm^2 となった。

4. むすび 選点法による数値ラプラス逆変換を機械的に行なう一方法を述べた。この方

法は解が指数関数で表現されると予想される問題に対して特に有効であることはいうまでもない。2

で行なった例のように、対応する弾性解が式の形で明らかな粘弾性問題、たとえば、簡単な2次元粘

弾性問題、粘弾性平板、粘弾性基礎上の粘弾性はりなどはマイコン程度の計算機で解が得られる。2

の計算はマイコンで行ない、3の計算は倍犬を通じて東大大型計算機を使用したことを付記する。

1) Schapery, R.A.: Approximate methods of transform inversion for viscoelastic stress analysis, Proceeding

of the Forth U.S. National Congress of Applied Mechanics, pp. 1075-1085, 1961.

2) 草間, 三井, 吉田: 数値ラプラス逆変換法による線形粘弾性解析, 土木学会論報, 292号, 1979

表-1 $u_r(t)G_0/bp_0$

t/τ	$r/b=1$		$r/b=1.6$		$r/b=2$	
	Exact	Approx	Exact	Approx	Exact	Approx
0	0	-0.00013	0	-0.00001	0	0.00005
0.01	0.05713	0.05702	0.05908	0.05906	0.06452	0.06455
0.1	0.48562	0.48565	0.46771	0.46770	0.49542	0.49539
1	2.40113	2.40105	1.78741	1.78736	1.64165	1.64161
5	3.60499	3.60503	2.53988	2.53991	2.24367	2.24369
10	3.62730	3.62730	2.55383	2.55383	2.25483	2.25483

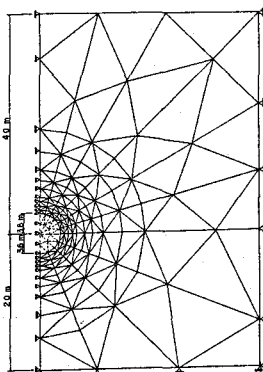


図-6

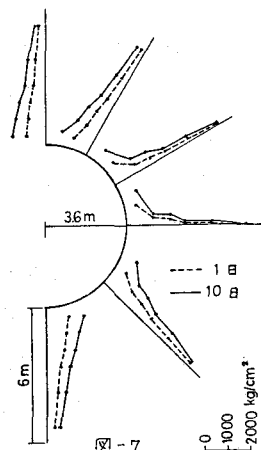


図-7