IV—15　　非定常交通流における都市高速道路の流入制御

名古屋工業大学　正員　松井　寛

1. まえがき

都市高速道路の流入車制御理論として、LP制御に代表されるいくつかの制御理論が提案されている。しかしながら、従来の制御理論は定常流を対象とした制御を取り扱っており、時間的に変動する非定常交通流を扱ったものはない。本研究はこのような非定常交通流を対象とする流入車制御方式について考察したものである。

2. 高速道路上の交通流の数学的表示

高速道路上の交通流制御を考える上で、まず高速道路上の交通流を数学的に記述することが必要である。ところで、制御のために必要となる交通情報として、交通量、交通密度などが挙げられるが、このうち交通量は交通状態を一意的に表わさないため、とくに渋滞をも考慮した非定常交通流に対しては交通密度が適していると言えよう。そこでまず高速道路網を上下方向別に適当な区間（セクション）に区分してそれぞれに番号をつける。いまあるセクション i 上の交通密度の変化率は次のように表わされる。

$$l_i \dot{x}_i(t) = u_k(t) + \sum_j P_{ji} f_j(x_j) x_j(t) - f_i(x_i) x_i(t) \tag{1}$$

ここに、$x_i(t)$ は時刻 t におけるセクション i 上の交通密度、$\dot{x}_i(t)$ はその変化率、$f_i(x_i)$ は交通密度が x_i のときの空間平均速度、$u_k(t)$ はセクション i に接続する流入ランプ k からの流入交通量、P_{ji} は上流側セクション j からセクション i への推移確率を表わし、高速道路本線が分岐しない場合は $P_{ji}=1$ である。また l_i はセクション i の区間長を表わす。結局(1)式の右辺第1及び第2項は時刻 t にセクション i へ流入する交通量、第3項は同じく流出する交通量を示している。いま速度関数 f_i を交通密度 x_i の1次式に仮定すると、$f_i = a_i - b_i x_i(t)$ となり、結局(1)式は次のようになる。

$$l_i \dot{x}_i(t) = u_k(t) + \sum_j P_{ji} \{a_j - b_j x_j(t)\} x_j(t) - \{a_i - b_i x_i(t)\} x_i(t) \tag{2}$$

ただし、a_i, b_i はそれぞれのセクションの道路規格によって決まる常数である。

区間交通流に対する上記の状態方程式は、交通流を連続マルコフ過程と仮定して導かれるものであり、交通混雑による走行速度の低下をも考えながら現実の交通流をうまく記述できることで知られている。なお上式において $u_k(t)$ が各ランプからの流入交通量を与える制御変数となる。この $u_k(t)$ は以下の条件式を満足しなければならない。

$$0 \leqq t \leqq T \text{ に対して} \qquad 0 \leqq \int_0^t u_k(t)\,dt \leqq \int_0^t g_k(t)\,dt + Q_{k0} \tag{3}$$

ここに T は制御時間、Q_{k0} は時刻 $t=0$ におけるランプ k の待ち行列台数、$g_k(t)$ は時刻 t におけるランプ k への到着交通量（需要量）を表わす。

ランプでの待ち行列に制限がある場合には、さらに

$0 \leqq t \leqq T$ に対して $\int_0^{t} \{q_k(t) - u_k(t)\} dt + Q_{k0} \leqq M_k$ (4)

の制約条件式が加わる。ここに M_k はランプ k の許容待ち行列台数である。

3. 評価関数

高速道路の流入制御に対する評価基準として，総所要時間最小，利用台数最大，利用台キロ最大等が考えられる。これらはそれぞれ以下のように定式化できる。

総所要時間最小： $\sum_i \int_0^T l_i x_i(t) dt + \sum_k \int_0^T \{q_k(t) - u_k(t)\}(T-t) dt \Rightarrow$ 最小化

利用台数最大（流入制御量最小）： $\sum_k \int_0^T u_k(t) dt \Rightarrow$ 最大化

又は

$\sum_k \int_0^T \{q_k(t) - u_k(t)\} dt \Rightarrow$ 最小化

利用台キロ最大： $\sum_i \int_0^T l_i \{a_i - b_i x_i(t)\} x_i(t) dt \Rightarrow$ 最大化 (5)

なお総所要時間最小化基準においては，ランプでの流入待ち時間を含む所要時間を考えている。なお制御時間 T はあらかじめ与えるものとしている。

4. モデルの最適化とその解法

以上の問題をまとめると，条件式(2)，(3)，(4)式の下に，評価関数(5)式のいずれかを最適化する問題となり，これは数学的には連続型最大原理の問題として定式化され，その解法が与えられることになる。上の問題では制御時間 T があらかじめ指定されているので，タイプとしては終端時刻指定，終端状態未定の最適制御問題となる。また(2)式から明らかなように，状態方程式は制御変数 $u_k(t)$ に関して一次式となり，したがってこの最適制御問題は $u_k(t)$ の上限値と下限値の切り換えによりバン・バン式制御となり，実際の交通管制上からも好ましいものといえる。

5. あとがき

制御時間 T を未定とする場合は，都市高速道路の緊急時制御として適用できる。即ち，これは高速道路の任意区間で交通事故等によって急激に区間容量が低下したとき，この容量低下に伴う高速道路上の渋滞を避けるため，上流側ランプでの流入量制御によって，すみやかにかつある評価基準を最適化しながら，各区間との交通流を新しい安定状態にまで誘導制御することである。このときの制御では，T を未定とするかわり，新しい安定状態における各区間の交通密度を指定することになる。即ちこのときの制御は終端時刻未定，終端状態指定の場合となる。

ところで以上のモデル化において，速度を密度の関数と仮定する限りにおいて問題は非線形となり，連続型のままで解くことは容易ではなく，結局は変数を離散化して解くことになる。従って実際の計算にあたっては，初めから問題を離散型最大原理の問題として定式化し直しておいた方が計算上からは好ましいと言えよう。今後適用例を通しての検討を続けたい。

参考文献　明神証"都市高速道路の交通管制手法に関する研究" 学位論文 1974

松井寛"Theory of Traffic Distribution through the Continuous-Time Absorbing Markov Process" 名工大学報 1969