II—19　帯水層係数の推定における相対誤差評価

岐阜高専　正員　鈴木孝男

1. はじめに

自然状態のもとでの地下水流動，あるいは人工的な地盤掘さく，揚水などの外的条件の変化のために生じる地下水流れの挙動は，従来から層流仮定での拡散方程式により記述されるが，現象をモデル化する場合に地質状態の不均一性のため，パラメータの代表値の与え方により出力としての地下水位はかなりのばらつきを持つことになる。地下水流れがオーダーの学問であるといわれる理由の一つもここにあると考えられる。

本報告では上述した物理パラメータの不均一性を定量的に把握するための方法の一つとして，入力としてのパラメータの推定値の誤差の影響が，出力としての地下水位にどの程度の影響を及ぼすものであるかについて検討した。

2. 基礎方程式とその計算方法

モデルの応答を明確にさせるため，自由表面を持たない被圧地下水を対象とし，鉛直方向についてはその積分量の平均値で代表させ，水平方向については揚水井に向かう放射状流れを仮定した。したがって基礎方程式は，連続式と運動方程式としてDarcyの抵抗則を用いれば，式(1)で与えられる。

$$S\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{T}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial h}{\partial r}\right) \qquad (1)$$

ただし，$h=h(r,t;T,S)$で地下水頭，rは距離座標，tは時間，Sは貯留係数，Tは透水量係数である。

式(1)の物理パラメータ，TとSに注目し，それぞれΔT，ΔSの測定誤差があるとすれば，その解$h(r,t;T+\Delta T,S+\Delta S)$を平均量のまわりに展開し，第一次近似として式(2)が得られる。

$$h(r,t;T+\Delta T,S+\Delta S)=h(r,t;T,S)+\frac{\partial h}{\partial T}\Delta T+\frac{\partial h}{\partial S}\Delta S \qquad (2)$$

ここにΔT，ΔSの基準は観測者が推定しなければならないが，地下水頭に相応の精度を得るためには，$|\partial h/\partial T|$，$|\partial h/\partial S|$の値との関係で議論する必要がある。したがって地下水頭hの，透水量係数Tと貯留係数Sによる勾配をそれぞれ，$C_T(\partial h/\partial T)$，$C_S(\partial h/\partial S)$とおけば，式(1)をそれぞれTとSについて微分して式(3)，式(4)が得られる。

$$S\frac{\partial C_T}{\partial t}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial h}{\partial r}\right)+\frac{T}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial C_T}{\partial r}\right) \qquad (3)$$

$$S\frac{\partial C_S}{\partial t}+\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{T}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial C_S}{\partial r}\right) \qquad (4)$$

式(1)，(3)，(4)に適当な初期，境界条件を与えることによりそれぞれh，C_T，C_Sの時空間分布を求めることができるが，簡単な条件で数値の妥当性を検討するために，

$$\left.\frac{\partial h}{\partial r}\right]_{r=r_w}=-\frac{Q}{2\pi T r_w}, \quad \left.\frac{\partial h}{\partial r}\right]_{r=R}=0, \quad \left.\frac{\partial C_T}{\partial r}\right]_{r=r_w}=\frac{Q}{2\pi T^2 r_w}, \quad \left.\frac{\partial C_T}{\partial r}\right]_{r=R}=0$$

$$\left.\frac{\partial C_S}{\partial r}\right]_{r=r_w}=0, \quad \left.\frac{\partial C_S}{\partial r}\right]_{r=R}=0, \quad h_{t=0}=h_0, \quad C_{T\,t=0}=0, \quad C_{S\,t=0}=0$$

と仮定した。ただし，Qは揚水量，Rは影響半径，r_wは井戸半径，h_0は初期水頭である。具体的な数

値計算法は式(1),(2),(3)を変数変換して正規化し，もっとも簡単なImplicit F.D.M.で差分化して時間軸にそって逐次計算を進めた。

3. 計算結果と相対誤差

ここではパラメータとして水頭拡散率 $T/S = 3\times10^4$, 3×10^5, 3×10^6 (m^2/day) の3種類について，式(1),(2),(3)をもとにΔT，ΔSの測定誤差の影響を地下水頭の相対誤差で示した。Fig.1は透水量係数Tに測定誤差ΔTを考慮した場合の相対誤差と距離との関係を示した。もっとも誤差の大きい$\Delta T = 0.2T$の場合でも最大値は5％程度であり，いずれの場合も距離とともに漸減している。また拡散率の大きいものほど誤差が大きくなっていることがわかる。Fig.2はFig.1と同じ条件で貯留係数Sに測定誤差ΔSを考慮した場合である。定性的にはTを変化させた場合と同じであり，曲線の相違はC_T, C_Sの空間分布の相違によるものであるが，定量的には相対誤差が一桁小さくなっていることが特徴である。このことから圧力伝播型の地下水流では，比貯留量に比較して透水係数，帯水層厚の測定に十分な努力を払う必要があることを示唆していると考えられる。Fig.3はFig.1で示した関係の，ある程度時間が経過した場合の様子を示したものである。

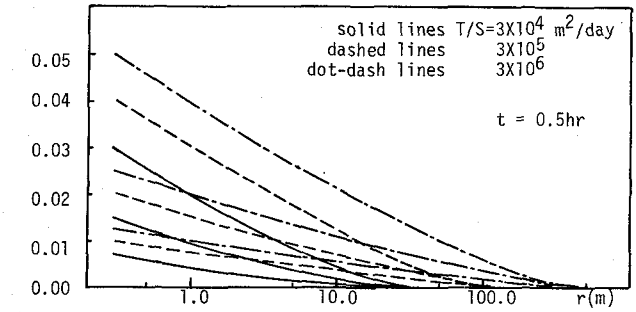

Fig.1 Radial dependence of relative error on hydraulic head, ΔT is changed.

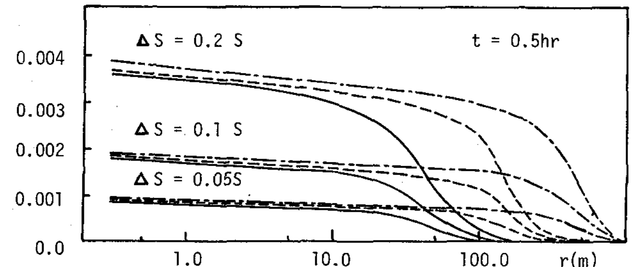

Fig.2 Radial dependence of relative error on hydraulic head, ΔS is changed.

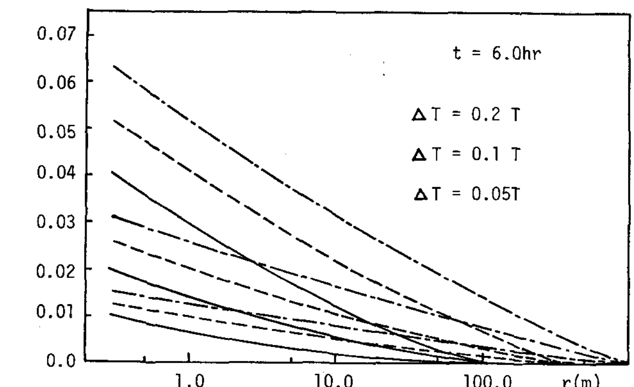

Fig.3 Radial dependence of relative error on hydraulic head, ΔT is changed.

いずれの場合も時間の経過につれて相対誤差は多少増加しているが，その影響が距離方向に及んでいくのがわかる。これら3例のいずれについても，その効果は水頭の圧力伝播速度と密接な関係があるといえよう。

4. まとめ

以上，被圧地下水流れを対象にして，現地の観測データの精度をどの程度の基準で扱うべきかということを前提に，限られた範囲の議論ではあるが，簡単な数値モデルをもとに考察を進めてきた。今後は現実のフィールドの諸条件を考慮してこの手法を適用してゆきたいと考えている。

参考文献　McElwee,C.D.,Yukler,M.A.;Sensitivity of groundwater models with respect to variations in transmissivity and storage,Water Resour. Res.,14(3),451-459,1978.