

岐阜大学 工学部 正会員 安田孝志

岐阜大学 工学部 学生会員 片山章仁

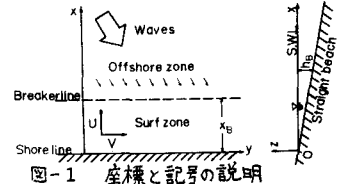
1. 緒言

本研究は、土屋・安田によるクノイド波理論¹⁾を用いることにより、波による質量輸送の影響をあらわに評価した定常場での海浜流の理論を斜め入射の場合について展開しようというものである。なお、ここでは、紙面の関係上サーフゾーンにおける理論のみを示す。

2. 一様海浜における海浜流の基礎方程式

座標を図-1のように定めれば、サーフゾーンでの質量の保存式は

$$\partial[U^*d^* - r^*Gsd^{*3/2} \cos\theta/2]/\partial x^* + \partial[V^*d^* + r^*Gsd^{*3/2} \sin\theta/2]/\partial y^* = 0 \quad (1)$$



と表され、また x および y 方向のサーフゾーンでの運動量の保存式はそれぞれ次式のように表される。

$$\partial\{[U^* - r^*Gsd^{*3/2} \cos\theta]\{U^*d^* - r^*Gsd^{*3/2} \cos\theta\} + r^*Gsd^{*3/2} \cos\theta + r^*Gsd^{*3/2} \sin\theta\}/\partial x^* + \partial\{[U^* - r^*Gsd^{*3/2} \cos\theta]\{V^*d^* + r^*Gsd^{*3/2} \sin\theta\} - r^*Gsd^{*3/2} \cos\theta \sin\theta/3\}/\partial y^* + CrBd^{*1/2}\{[(1+\cos\theta)\{U^* - r^*Gsd^{*3/2} \cos\theta\} + \sin 2\theta\{V^* + r^*Gsd^{*3/2} \sin\theta\}/2]\} = -d^* \partial^2 \eta^*/\partial x^{*2} \quad (2)$$

$$\partial\{[V^* + r^*Gsd^{*3/2} \sin\theta/2]\{U^*d^* - r^*Gsd^{*3/2} \cos\theta/2\} - r^*Gsd^{*3/2} \cos\theta \sin\theta/3\}/\partial x^* + \partial\{[V^* + r^*Gsd^{*3/2} \sin\theta]\{V^*d^* + r^*Gsd^{*3/2} \sin\theta\} + r^*Gsd^{*3/2} (\sin^2\theta + \cos^2\theta/3)\}/\partial y^* + CrBd^{*1/2}\{[(1+\sin^2\theta)\{V^* + r^*Gsd^{*3/2} \sin\theta/2\} + \sin 2\theta\{U^* - r^*Gsd^{*3/2} \cos\theta\}/2]\} = -d^* \partial^2 \eta^*/\partial y^{*2} \quad (3)$$

ここに、 $U^* = U/\sqrt{gd_b}$ 、 $V^* = V/\sqrt{gd_b}$ 、 $d^* = d/\bar{d}$ 、 $\bar{\eta}^* = \bar{\eta}/d_b$ 、 $r^* = (H/d)_{\max}$ 、 $G_s = (1/4\pi)\{(\pi/4)\{3(\pi/4) + 2k^2 - 4\} + k^2 - 1\}$ 、 $B = G_s^{1/2}$ 、 k ；楕円積分の母数、 k および E ；第1種および第2種完全楕円積分、 C ；海底の摩擦係数、 θ ；波の入射角、 U および V ；海浜流の沿岸および沖方向速度成分、および η ；静水位からの水位変動である。

3. 斜め入射波による海浜流の理論

ここでは、入射角は十分に小さいとして、波数の保存式から次式の間係を仮定する。

$$\theta = \theta_0 d^{*1/2}, \quad \cos\theta \approx 1, \quad \sin\theta \approx \theta \quad (4)$$

ここに、 θ_0 は碎波点での入射角である。以下では、上式の間係を基礎方程式に適用し、 y 方向の一様性を仮定した自明解と y 方向に周期的変化を仮定した分岐解を導くことによって、斜め入射の場合の海浜流の理論を展開する。

1) 自明解 この場合には、入射波の諸量のみならず、 U^* 、 V^* および η^* も y^* に独立となって、次式のような形で表される。

$$U^* = r^*Gsd^{*3/2} \quad (5)$$

$$V^* = (5r^*G_s/18CB)\{3[1 - r^*G_s/(r^*G_s + 1)]\tan\theta - \theta_0^2\{r^*G_s/(r^*G_s + 1)\}d^*\tan\theta\}\theta_0d^* - r^*Gsd^{*3/2} \quad (6)$$

$$\eta^* = \bar{\eta}_{\max}^* - \{r^*G_s/(1 + r^*G_s)\}\{x^* + \bar{\eta}_{\max}^*/\tan\theta - \theta_0^2\tan\theta\{x^{*2} - \bar{\eta}_{\max}^*/\tan\theta\}/6\}\tan\theta \quad (7)$$

これから、沿岸方向の変動を拘束した自明解においては、海浜流の沿岸方向成分に対する波による質量輸送の直接的寄与はなく、いわゆる Stokes の波速の第2定義に対応した形で沖向き（もどり流れ）と平衡していることがわかる。なお、上式において、 $\theta_0 = 0$ とした場合には直角入射の場合の自明解に一致することは言うまでもない。

2) 分岐解 この場合には U^* 、 V^* および η^* は y^* に依存することになるが、入射波の諸量は沿岸方向に

一樣であると仮定する。入射角 θ については自明解の場合と同様に取扱う。また、 $k^2 \approx 1$ と仮定することによって、 d^* は自明解におけるもので近似できるとする。さらに、次式で定義される輸送流れ関数

$$\left. \begin{aligned} \partial\psi^*/\partial y^* &= U^* d^* - r^2 G_s d^{*3/2}/2 \\ \partial\psi^*/\partial x^* &= -V^* d^* - r^2 G_s d^{*3/2}\theta/2 \end{aligned} \right\} (8)$$

を式(2)および(3)に適用し、両式から ∇^2 を消去して ψ^* に関する方程式を導くと次式のようなになる。

$$\begin{aligned} r^2 G_s [-(3d^{*1/2} d_x^{*2}/8 - d^{*1/2} d_{xx}^*/4 - 3Cd^{*1/2} d_x^*/2)\psi_x^* + d^{*3/2}\psi_{xxx}^*/2 + d^{*3/2}\psi_{xyy}^* + d^{*1/2}(dx^* - 4C^*)\psi_{yy}^*/2 \\ - Cd^{*1/2}\psi_{xx}^* + \theta_0 [-(d_x^{*2}/2 - d_{xx}^*/2 - Cd^*)\psi_y^* + d^* d_{xy}^*/2 - d^{*2}\psi_{xyy}^*/2 - d^{*2}\psi_{yyy}^*/2]] \\ = r^2 G_s \theta_0 [(5d^{*3/2} d_x^{*2}/12 + 5d^{*5/2} d_{xx}^*/6) - C^* r^2 G_s d^{*3/2} d_x^*/4] \end{aligned} \quad (9)$$

ここに、 $C^* = rCB/r^2 G_s$, $X = x^* + r_{max}^*/\tan\theta$, $y = y^*$, $\partial/\partial x^* = \partial/\partial X$, および $\partial/\partial y^* = \partial/\partial y$ である。上式から、斜め入射の場合には入射角 θ_0 に依存した非同次式が生じ、 $\theta_0 = 0$ となる直角入射の場合と方程式自体の特性が大きく相違していることがわかる。また、 $r^2 G_s \neq 0$ すなわち波による質量輸送がゼロでない場合のみに ψ^* の決定が可能となっており、分岐解の場合には波による質量輸送の存在が海浜流の発生にきわめて重要な関係を持つようになることが理解されよう。上式を解くに当たって、まず、微小入射角 θ_0 を展開パラメーターとした級数解を仮定する。

$$\psi^*(x, y) = \psi_1(x, y) + \theta_0 \psi_2(x, y) + \dots \quad (10)$$

これを式(9)に代入し、 θ_0 の各オーダーで整理すれば、

$$O(1); -(3d^{*1/2} d_x^{*2}/8 - d^{*1/2} d_{xx}^*/4 - 3Cd^{*1/2} d_x^*/2)\psi_1 + d^{*3/2}\psi_{1xxx}/2 + d^{*3/2}\psi_{1xyy}/2 + d^{*1/2}(dx^* - 4C^*)\psi_{1yy}/2 - Cd^{*1/2}\psi_{1xx} = 0 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} O(\theta_0); -(3d^{*1/2} d_x^{*2}/8 - d^{*1/2} d_{xx}^*/4 - 3Cd^{*1/2} d_x^*/2)\psi_2 + d^{*3/2}\psi_{2xxx}/2 + d^{*3/2}\psi_{2xyy}/2 + d^{*1/2}(dx^* - 4C^*)\psi_{2yy}/2 - Cd^{*1/2}\psi_{2xx} \\ = (d_x^{*2}/2 - d_{xx}^*/2 - Cd^*)\psi_1 - d^* d_{xy}^*/2 + d^{*2}\psi_{xyy}/2 + d^{*2}\psi_{yyy}/2 + 5d^{*3/2} d_x^{*2}/12 + 5d^{*5/2} d_{xx}^*/6 - C^* r^2 G_s d^{*3/2} d_x^*/4 \end{aligned} \quad (12)$$

を得る。まず、 $O(1)$ については、次式の解を仮定する。

$$\psi_1 = \xi(x) \cos(\lambda y + \delta) \quad (13)$$

上式を式(11)に代入すれば、 ξ に関する常微分方程式に置き換えることができ、さらに $C^* = 0$ と仮定すると同時に $d^* \approx 0$ 付近での解を考えることにして、 $O(d^{*2})$ 以上を消去すれば、最終的に次式を得る。

$$\xi(x) = A \exp(-2\lambda^2 x^2/3) \quad \psi_2 = A \exp(-2\lambda^2 x^2/3) \cos(\lambda y + \delta) \quad (14)$$

ついで、 $O(\theta_0)$ についても同様に、 $C^* = 0$ と仮定すると同時に、 $d^* \approx 0$ 付近での解を考えることにすれば最終的に次式で表される解を得る。

$$\begin{aligned} \psi_2 = A_1 \exp(-2\lambda^2 x^2/3) \cos(\lambda y + \delta) + \theta_0 [C_1 + C_2 X^{1/2} + C_3 X^{3/2} + \{1/(r^2 G_s + 1)^2 \tan^2 \theta\} X^2/4 \\ + \{A_2 + 2\lambda A_3 \sqrt{\tan \theta}/(1 + r^2 G_s) X^{3/2}\} \exp(-2\lambda^2 x^2/3) \sin(\lambda y + \delta)] \end{aligned} \quad (15)$$

これより、 $\theta_0 \neq 0$ とした場合には、離岸流を伴う海浜流セルに沿岸方向の一様流成分が加わり、Sonuが現地海岸においてその存在を指摘した海浜流の蛇行現象が生じていることがわかる。

4. 結 語

本研究では、斜め入射の場合の海浜流の理論を展開し、波による質量輸送が海浜流に密接に関り合っていることを示すと同時に、入射角の影響を考慮した場合に蛇行現象が生じることを明らかにした。

参考文献 1) Tsuchiya, Y. and T. Yasuda; A cnoidal wave theory and its verification, Proc. 3rd Australian Conference on Coastal and Ocean Engg., 1977.