

名古屋工業大学 正員 松浦 聖

名古屋工業大学 学生員 高瀬 陽太郎

ま え が き 本報告は、サンドイッチ断面の梁及び軸対称平板について外力の作用により境界の位置ならびに境界条件が変化する構造を有限要素解析するものである。中心部が一部欠落した剛体床上的円板に等分布荷重が載荷されると、浮き上りを生じ、接触領域が変化する。この境界の位置が変化した状態(図-2)を考えよものとする。この場合境界線上の半径方向座標値は、未知数となり全体剛性マトリックスの中に含まれることになる。従って、解法には新たな境界条件が必要となり、それを加えた剛性方程式をNewton-Raphson法により解析する。

解析方法 断面構成として図-1に示す、厚さ、材質とも等しい上下表板と心材の三層とし、均質等方性で各層の結合は完全であるものとする。変位は、各節点につき u, θ, r_c, r_f の4個とし、変位関数は w について3次関数他は1次関数とした。歪-変位関係は、

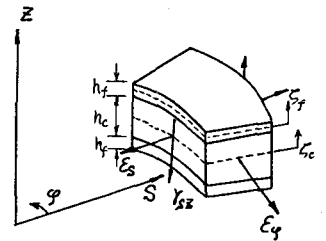


図-1

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_s \\ \epsilon_\theta \\ \epsilon_{sz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} du/ds \\ u/s \\ r_c \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -dw/ds + dr_c/ds \\ -1/s \cdot dw/ds + r_c/s \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{--- (1)}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_s \\ \epsilon_\theta \\ \epsilon_{sz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} du/ds \pm 1/2 \cdot [-(h_c + h_f) \cdot dw/ds + h_c \cdot dr_c/ds + h_f \cdot dr_f/ds] \\ u/s \pm 1/2 \cdot [-(h_c + h_f)/s \cdot dw/ds + h_c \cdot r_c/s + h_f \cdot r_f/s] \\ r_f \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -dw/ds + dr_c/ds \\ -1/s \cdot dw/ds + r_c/s \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{--- (2)}$$

応力-歪関係及び各層断面力は、

$$\begin{Bmatrix} \sigma_s \\ \sigma_\theta \\ \tau_{sz} \end{Bmatrix} = E/(1-\nu^2) \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_s \\ \epsilon_\theta \\ \epsilon_{sz} \end{Bmatrix} \quad \text{--- (3)}$$

$$\begin{Bmatrix} N_s \\ M_s \\ N_\theta \\ M_\theta \\ Q \end{Bmatrix} = \int_{-h_s/2}^{h_s/2} \begin{Bmatrix} \sigma_s \\ \sigma_s \cdot r_c \\ \sigma_\theta \\ \sigma_\theta \cdot r_c \\ \tau_{sz} \end{Bmatrix} d r_c \quad \text{--- (4)}$$

$K = C, f, f_s$

となる。ここに添字のC, f, f_sは各々心材、上F表板を示す。

また、梁についての関係式は、上式が θ 方向成分 $\epsilon_\theta = 0$ とすればよい。次に、幾何学的非線形を考えるときは式(1)(2)に非線形成分

$$\begin{Bmatrix} \eta_s \\ \eta_\theta \\ \eta_{sz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1/2 \cdot (dw/ds)^2 \\ 1/2 \cdot (u/s)^2 \\ (r_c - dw/ds) \cdot dw/ds \end{Bmatrix} \quad \text{--- (5)}$$

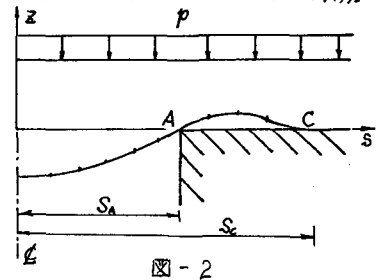


図-2

を付け加えたものとする。以上の関係式から要素剛性マトリックスは一般的方法により求められる。

次に要素分割を考える。支承端Aまでの分割点の半径方向座標は既知であるが、接触境界Cの座標 s_c は未知でありその間をN等分するものとしてA-C間の節点座標は、 $s_{A+i} = s_A + i/N (s_c - s_A)$ と示され、 s_c の関数となる。よって、よからA-C間の要素剛性マトリックスは未知数 s_c を含むものと

なり、同様に、等分布荷重を等価節点力に置きかえた外カバクトルも S_c の関数となる。全体剛性方程式の確定境界処理後の形は、境界 C の反力を $\{R_c\}$ に対応する変位を $\{\delta_c\}$ として次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ R_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} K_1(S_c) & K_2(S_c) \\ K_{c1}(S_c) & K_{c2}(S_c) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \\ \delta_c \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} F(S_c) \\ F_c(S_c) \end{Bmatrix} \quad (6)$$

$\{R_c\}$, $\{\delta_c\}$ は条件として与えられることを考慮して、未知節点変位ベクトル $\{\delta\}$ に S_c を組み込み変形すると

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} K_1(S_c) & 0 \\ K_{c1}(S_c) & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \\ \delta_c \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} g(S_c) \\ g_c(S_c) \end{Bmatrix} \equiv \begin{Bmatrix} f \\ f_c \end{Bmatrix} \quad (7)$$

となる。ここに

$$\begin{Bmatrix} g(S_c) \\ g_c(S_c) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} K_2(S_c) \\ K_{c2}(S_c) \end{Bmatrix} \{\delta_c\} - \begin{Bmatrix} F(S_c) \\ F_c(S_c) \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 \\ R_c \end{Bmatrix} \quad (8)$$

である。今、境界 C は水平床にあることから、連続条件として $w = \theta = 0$ であり、新たに付加される条件としては、たわみ曲線の曲率が支床の曲率と一致することにより $w'' = 0$ となり $M_0 = 0$ として用いる。以上により未知数と条件式の数が一致した式 (7) を Newton-Raphson 法による修正方程式

$$\begin{Bmatrix} \Delta f \\ \Delta f_c \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} K_1 & \frac{\partial K_2}{\partial S_c} \cdot \delta + \frac{\partial g}{\partial S_c} \\ K_{c1} & \frac{\partial K_{c2}}{\partial S_c} \cdot \delta_c + \frac{\partial g_c}{\partial S_c} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \delta_c \end{Bmatrix} \quad (9)$$

を用いて収束計算を行なうことにより解は求められる。

数値計算例 要素分割数は中心から A までを 5、 $A-C$ 間を 4 とした。断面としては $h/h_c = 1/8$ とし、心材のヤング率 $E_c = 0$ 、表板については $E_f = 2.1 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ 、ポアソン比 0.3 の値を用いた。均一板は表板と同質のものである。収束判定は、未知境界座標 S_c の修正値に着目して行った。図-3、4 は梁について幾何学的非線形を考慮したもので図-3 は $p = 5 \text{ kg/cm}$ のたわみ、図-4 は最大たわみと荷重の関係及び境界 C の座標変化を示した。図-6 は軸対称平板の収束状況、図-6、7 は各々たわみ、たわみ角の状態を示したものである。

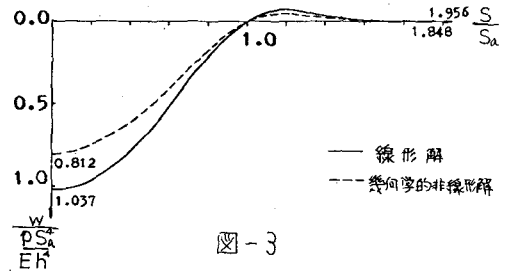


図-3

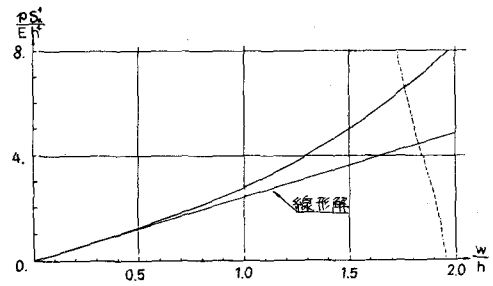


図-4

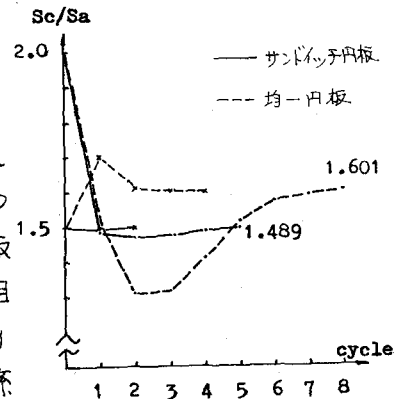


図-5

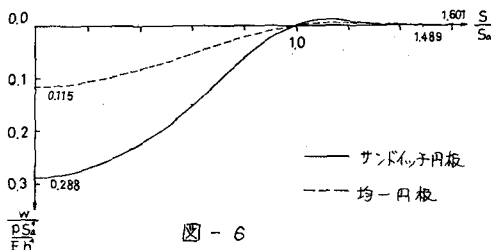


図-6

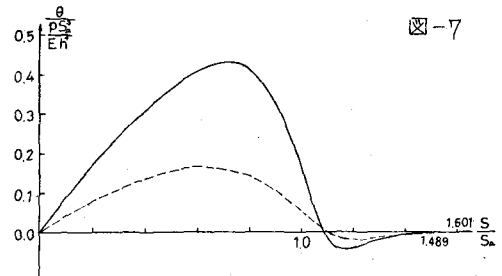


図-7

- (参考文献) 1) 半谷裕彦・国田二郎; "移動境界をもつ弾性平板の有限要素解析" 生産研究29巻5号
2) 松浦・木金・中山; "サンドイッチ構造の解析" 第32回年次学術講演会概要集