I—14　最大荷重設計によるフレームの最適化

名古屋工業大学　学生員　○阪上　精希
名古屋工業大学　正　員　長谷川彰夫
名古屋工業大学　正　員　松浦　聖

最適設計は，レベル1｛最適断面の決定｝，レベル2｛与えられた構造系の骨組配置のもとでの断面剛性の最適配分｝，レベル3｛構造系の骨組配置の最適化｝と3つのレベルに分けられる。レベル1に対する最大荷重設計の有効性は既に発表した[1]。ここではレベル2に対するその有効性をさぐるため，骨組構造の最適化を取り上げる。

<u>骨組の最大荷重設計</u>　設計の対象とする構造物をFig 1に示す。最大荷重設計の最終アルゴリズムは

$$\bar{P}_{max} = \underset{\bar{\Gamma}_i}{Max}\{\underset{j}{Min}\ \bar{P}_j(\bar{\Gamma}_i, \bar{Y})\} \qquad (j=1,n\ ,\ i=1,m) \ \text{-----}(1)$$

ここで$\bar{P}$は荷重，$\bar{P}_j$は状態能力関数で$\bar{P}_j = \bar{C}_j / \bar{A}_j$（$\bar{C}_j$＝規定関数，$\bar{A}_j$＝構造解析関数），$j$は考慮する設計項目，$\bar{\Gamma}_i$は幾何学的パラメーター，$\bar{Y}$は材料特性を表わす量である。Fig 1の場合に対して骨組長は一定，断面積を変数とし鋼種を与えるものとすれば，無次元化された独立変数は

$$R = \sum_i (l_i/l)^3 / \sum_i (l_i/l)\cdot(A_i/l^2) = 10/(6A_1/l^2+4A_2/l^2) \ , \quad x_1 = A_1/l^2$$

の2個となる。重量一定の条件はR＝一定と等価であるため，最適化計算にかかわるパラメーターはx_1のみとなる。したがって本問題は式（1）で表わされる拘束条件を持たない1変数関数の最大値を求めるという簡単な問題に帰着できる。荷重項は$\bar{P}$を無次元量$8/\sigma_Y l$として与える。

<u>構造解析</u>　$\bar{A}_j$を求めるためには構造解析が必要となる。本解析では各部材の無次元化した要素剛性マトリックス

$$[k_i] = \begin{bmatrix} 12a(l_i/l)^{-1} & -6a & 0 & -12a(l_i/l)^{-1} & -6a & 0 \\ -6a & 4a(l_i/l) & 0 & 6a & 2a(l_i/l) & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 & 0 & -b \\ -12a(l_i/l)^{-1} & 6a & 0 & 12a(l_i/l)^{-1} & 6a & 0 \\ -6a & 2a(l_i/l) & 0 & 6a & 4a(l_i/l) & 0 \\ 0 & 0 & -b & 0 & 0 & b \end{bmatrix}$$

ここで
$$a = E/\sigma_Y \cdot I_i/l^4 \cdot (l_i/l)^{-2}$$
$$b = E/\sigma_Y \cdot A_i/l^2 \cdot (l_i/l)^{-1}$$

を用いる。$[k_i]$に対応する無次元化した節点力$\bar{f}_i$，節点変位$\bar{u}_i$は，次のように与える。

$$\bar{f}_i = \{ S_{1i}/\sigma_Y l^2,\ M_{1i}/\sigma_Y l^3,\ N_{1i}/\sigma_Y l^2,\ S_{2i}/\sigma_Y l^2,\ M_{2i}/\sigma_Y l^3,\ N_{2i}/\sigma_Y l^2 \}$$
$$\bar{u}_i = \{ v_{1i}/l\ ,\ \theta_{1i}\ ,\ u_{1i}/l\ ,\ v_{2i}/l\ ,\ \theta_{2i}\ ,\ u_{2i}/l \}$$

全体剛性マトリックス$[K]$は，変位変換マトリックス$[T]$と，結合されていない要素単位の剛性マトリックスの集合$[kk]$より次式によって求める[2]。

$$[K] = [T]^T [kk] [T] \qquad \text{-------}(2)$$

設計荷重は比例荷重とし，外力系$\mathbb{F}$を次のように与える。

$$\mathbb{F} = \bar{P}\cdot\bar{F} \qquad (\bar{F}\text{：荷重比を示すベクトル})$$

$\bar{A}_j$は次式で与える$\mathbb{U}$，$\mathbb{f}$により求められる。

$$\mathbb{U} = [K]^{-1}\bar{F} \ \text{-----}(3) \qquad \mathbb{f} = [kk][T]\mathbb{U} \ \text{-----}(4)$$

式(2)によって剛性マトリックスを求める利点は，$\mathbf{U}$，$\mathbf{f}$ の $x_i(=A_i/\ell^2)$ に対する影響係数が容易に求まることにある。$\mathbf{U}$，$\mathbf{f}$ の x_i に対する影響係数を式(3,4)を用いて求めると，

$$\partial \mathbf{U}/\partial x_i = -[K]^{-1}[T]^{T}(\partial[\mathbf{k}\mathbf{k}]/\partial x_i)[T]\mathbf{U}$$

$$\partial \mathbf{f}/\partial x_i = (\partial[\mathbf{k}\mathbf{k}]/\partial x_i)[T]\mathbf{U} + [\mathbf{k}\mathbf{k}][T]\cdot\partial \mathbf{U}/\partial x_i$$

このことは $\bar{A}_j$，$\bar{P}_j$ に対する影響係数の簡単な評価に結びつき，最適化計算に対して非常に有利である。なお本解析では，$A_i=\alpha I_i^{\frac{1}{2}}$，従って $I_i/\ell^4=(1/\alpha^2)\cdot(A_i/\ell^2)^2$ {αは定数} とした。

<u>数値計算例</u>　設計項目として，1．許容縁応力度(座屈は考慮せず)，2．許容せん断応力度，3．許容節点変位(本計算では $\ell/500$，$\ell/200$)を用いる。実際の計算に用いた各項目の規定関数，構造解析関数は，

$$\bar{C}_1=1/1.7,\quad \bar{C}_2=\tau_{all}/\sigma_Y=1/1.7\sqrt{3},\quad \bar{C}_3=1/500\ \text{and}\ 1/200,$$

$$\bar{A}_1=\mathrm{Max}\{|\sigma_b/\sigma_Y+\sigma_c/\sigma_Y|\},\quad \bar{A}_2=\mathrm{Max}\{|\tau/\sigma_Y|\},\ \bar{A}_3=\mathrm{Max}\{|u/\ell|,|v/\ell|\}$$

ここでMaxは構造物全体についての最大値，σ_bは曲げ応力度，σ_cは軸応力度，u，vは節点の水平，垂直変位である。式(4)の $\mathbf{f}$ より $\bar{A}_1$，$\bar{A}_2$ を求めるために必要となる W_i(断面係数)，$A_{\tau i}$(せん断力を受けもつと考えられる断面積)は次式によって計算されることとする。

$$A_i=\beta W_i^{2/3} \quad\Rightarrow\quad W_i/\ell^3=(1/\beta^{3/2})\,x_i^{3/2}$$

$$A_i=(1/\gamma)\cdot A_{\tau i} \quad\Rightarrow\quad A_{\tau i}/\ell^2=\gamma\,x_i \qquad (\beta,\gamma\text{は定数})$$

数値計算した最終の結果をFig.2～3に示す。ここで $\alpha=1.0$，$\beta=1.0$，$\gamma=0.7$ として計算した。Fig.2に $\bar{C}_1=1/500$ で計算した結果を示す。$500\leq R\leq 2000$ では節点7の水平変位のみで支配され，最適な A_2/A_1 はほぼ一定である。Fig.3に $\bar{C}_1=1/200$ とした計算結果を示す。$500\leq R\leq 950$ では，2－5部材及び7－8部材の縁応力度が支配し，$950\leq R\leq 2000$ では7－8部材の縁応力度及び節点7の水平変位が支配した。その結果最適な A_2/A_1 の値がRによって異なっている。

<u>参考文献</u>　1)長谷川彰夫他，"最大荷重設計によるプレートガーダーの最適設計"，第34回土木学会年次講演集第1部　2)W.Mジェンキンス，"コンピューターによるマトリックス構造解析法"，培風館

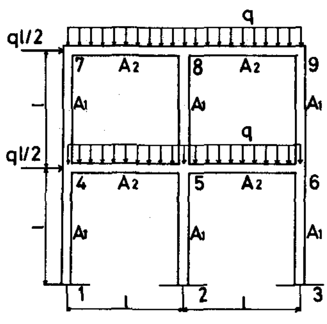

Fig. 1

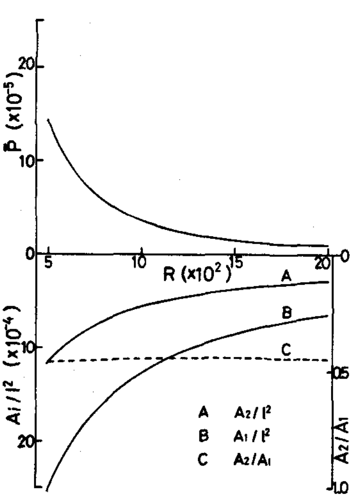

Fig. 2 ($\bar{C}_1=1/500$)

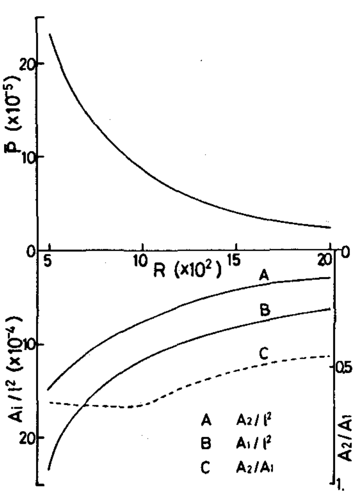

Fig. 3 ($\bar{C}_1=1/200$)