

信州大学工学部 学生員 ○ 前田 欣也

信州大学工学部 正 員 奥谷 巖

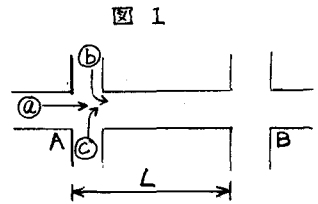
1. まえがき

交通量を q 、交通密度を k 、速度を v とした時、 $q = kv$ なる関係が成り立つことは周知の事実である。しかし、信号により制御された街路区間においては、車は、加速、減速、停止という挙動を示すため、必ずしも $q = kv$ なる関係が適切とは限らない。よって、より一般的に交通信号の影響をも考慮したそれらの諸変量の関係を求めることが必要になってくる。本稿では、波動理論を利用して、以上の事象に関する考察を行なう。

2. 街路区間における波動理論

図1のような長さ L なる街路区間を考える。A, B点は信号で制御され、

④からは q_0 なる定常的な交通量の流れがあり、それがA点でCなる時間(信号周期に対応)ごとに、 τ 時間(信号の赤時間に対応)ブロックされ、その τ 時間の間に⑥からの交通が区間ABに流入すると考える。この時、⑥からの定常的な交通量は q_0' とする。また④からの交通は、簡略



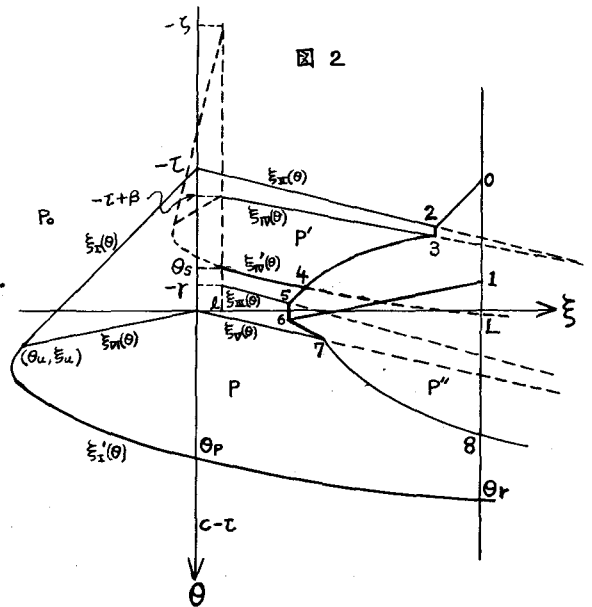
化のため⑥に含めるとする。次に、B点においては、 C 時間ごとに d 時間ブロックされる状態を考える。ここで、記号を v_f : 自由走行速度 k_j : 最大交通密度 k_0, v_0 : q_0 に対応した密度と速度 P : 交通密度 k を k_j で除した相対的密度(P と k のサフィックスは一致) x : A点を原点とし区間の下流方向に測った距離 θ : A点において④方向からのブロックが終った時刻を原点とした時間

今、 $\theta = -\tau$ において、④からの交通がブロックされると、波動理論により速度 $d\theta/d\theta = (k_0 - k_j)/(q_0 - 0)$ (1)なる衝撃波が上流側へ伝播するが、その軌跡は $x_w(\theta) = v_f(1 - P_0 - P_0)(\theta + \tau) = -v_f P_0(\theta + \tau)$ (2)となる。また、下流方向には $x_w(\theta) = (1 - P_0)v_f(\theta + \tau)$ (3)なる衝撃波が伝播する。この時以後 $\theta = 0$ までは、④からの交通は遮断される。次に、 $\theta = -\tau + \beta$ で④方向からのブロックが終了し、車は左折してAB区間に入り、加速する。この時、簡単のために、 $x = l$ の地点から密度の異なる発進波が順次下流方向に伝播すると考える。また、横断中の歩行者の影響により信号が青に変わっても、すぐには加速発進できない場合には $\theta = -\tau + \beta$ は、車が歩行者に妨げられずにAB区間に入って加速し始める時刻とする。この場合、密度 k なる発進波の軌跡を x とすると、 $d\theta/d\theta = d\theta/dk = v_f(1 - 2P)$ (4)なる微分方程式が得られ、初期条件を代入して $x = v_f(1 - 2P)\theta + l - v_f(1 - 2P)(\beta - \tau)$ (5)となる。 $P = 0$ なる発進波が最も速く下流側に伝播するが、その軌跡を x_w とすると、式(5)より $x_w(\theta) = v_f\theta + l - v_f(\beta - \tau)$ (6)また、⑥の上流方向へ伝播する発進波は信号の一周期前の衝撃波に追いつき、その後の衝撃波の軌跡は $d\theta/d\theta = v_f(1 - P_0' - P)$ (7)なる基本式で与えられる。ここで P は $P = k/k_j = 1/2 \cdot \{1 - (\beta - \tau)/v_f(\theta - \beta + \tau)\}$ (8)である。⑥方向がブロックされた時刻を $\theta = -\tau$ としてこの微分方程式を解けば $x_w(\theta) = v_f(1 - 2P_0') \cdot (\theta - \beta + \tau) + C \sqrt{\theta - \beta + \tau} + l$ 但し、 $C = -2v_f \sqrt{P_0'(1 - P_0')(\tau + \beta - \tau)}$ (9)となる。また、 $x_w(\theta) = 0$ のとき、 $\theta = \theta_s$ とする。そして、 $\theta = -\tau$ で④からの信号が赤になり、交通がブロックされると、衝撃波が発生し、その軌跡 x_w は、 $d\theta/d\theta = v_f(1 - P_0' - 0)$ (10)より $x_w(\theta) = (1 - P_0')v_f(\theta + \tau) + l$ (11)となる。次に、 $\theta = 0$

以後は、④からの交通のブロックが終了し、車は順次加速しながら走行を始める。この場合も、密度 $P=0$ なる荒進波が下流へ、密度 $P=1$ なる荒進波が上流へ最も速く伝播する。その軌跡は $\xi_1(\theta) = \sqrt{4}\theta$ (12), $\xi_2(\theta) = -\sqrt{4}\theta$ (13) である。 $\xi_1(\theta)$ と $\xi_2(\theta)$ の交点を (θ_u, ξ_u) とすると、 $\theta_u = \{P_0 / (1-P_0)\} \cdot T$ (14) となり、 (θ_u, ξ_u) 以後の衝撃波の軌跡は $d\xi/d\theta = \sqrt{4}(1-P_0-P)$ (15) より $\xi'_1(\theta) = \sqrt{4}(1-2P_0) \cdot \theta - 2\sqrt{4}\sqrt{(1-P_0)P_0} \cdot T \cdot \sqrt{\theta}$ (16) となり、 $\xi'_1(\theta) = 0$ となる時刻 θ_p は $\theta_p = 4\{(1-P_0)/(1-2P_0)\}^2 \cdot \theta_u$ (17) として求められ、 $\xi'_1(\theta) = L$ となる時刻を θ_r とする。今図2のようにB点における信号周期はA点と同じくCで、 $\theta = \theta_0$ でB点の信号が赤になり、交通がブロックされる状況を考える。(3)式より $\xi_2(\theta) = L$ となる時刻を θ_2 とすれば、 $-T < \theta_0 < \theta_2$ とする。

この時、発生する衝撃波 $\xi_{23}(\theta)$ と $\xi_{10}(\theta)$ の交点を (θ_2, ξ_2) とすると、 $\theta_2 = \sqrt{4}\sqrt{-(1-P_0)T + P_0\theta_0}$ (18)

$\xi_2 = (1-P_0)\sqrt{4}\{L/\sqrt{4} + P_0(T + \theta_0)\}$ (19)。 (θ_2, ξ_2) 以後、 $\xi_{10}(\theta)$ と交わるまでは、上流からの交通量が0のため衝撃波 $\xi_{23}(\theta) = \xi_2$ (20) となる。 $\xi_{23}(\theta)$ と $\xi_{10}(\theta)$ の交点を (θ_3, ξ_3) とすると、 $\theta_3 = -\sqrt{4}\sqrt{P_0}T + (1-P_0) \cdot \{L/\sqrt{4} + P_0(T + \theta_0)\}$ (21), $\xi_3 = \xi_2$ (22) である。 (θ_3, ξ_3) 以後は、 $d\xi/d\theta = \sqrt{4}(1-P'-P_2)$ (23) なる微分方程式を解いて $\xi_{34}(\theta) = -\sqrt{4}(\theta - \theta_3 + T) + C_{34}\sqrt{\theta - \theta_3 + T} + \xi_3$ 但し、 $C_{34} = 2\sqrt{4}\sqrt{\theta_3 + P_0}T$ (24) である。また、 $\xi_{34}(\theta)$ と $\xi_{10}(\theta)$ の交点を (θ_4, ξ_4) とすると、その点以後は $d\xi/d\theta = \sqrt{4}(1-P_0'-P_2)$ (25) より $\xi_{45}(\theta) = -\sqrt{4}P_0'(\theta - \theta_4) + \xi_4$ (26) となり $\xi_{45}(\theta)$ と $\xi_{10}(\theta)$ の交点を (θ_5, ξ_5) とする。 (θ_5, ξ_5) 以後は $\xi_{23}(\theta)$ と同じく上流からの交通量0のため $\xi_{56}(\theta) = \xi_5$ (27) となる。ここで、 $\theta = \theta_1$ の時刻においてB点の信号が青になり、車が加速を始めるとする。この時、密度の異なる荒進波が順次上流側へ伝播するが、最も速く伝播する荒進波の密度は $P=1$ であり、その軌跡は $\xi_{16}(\theta) = -\sqrt{4}(\theta - \theta_1) + L$ (28) である。今、 $\xi_{16}(\theta)$ が $\xi_{56}(\theta)$ と交わるような場合を考察する。ここで、交わる点を (θ_6, ξ_6) とする。また、この荒進波領域内の任意点の P は $P = k/k_0 = 1/2 \cdot \{1 - (\xi - L)/\sqrt{4}(\theta - \theta_1)\}$ (29) である。よって (θ_6, ξ_6) 以後は $d\xi/d\theta = \sqrt{4}(1-0-P')$ (30) なる基本式より $\xi_{67}(\theta) = \sqrt{4}(\theta - \theta_1) + C_{67}\sqrt{\theta - \theta_1} + L$ 但し、 $C_{67} = \{\xi_6 - \sqrt{4}(\theta_6 - \theta_1) - L\} / \sqrt{\theta_6 - \theta_1}$ (31) である。 $\xi_{67}(\theta)$ と $\xi_{10}(\theta)$ の交点を (θ_7, ξ_7) とし、それ以後は $d\xi/d\theta = \sqrt{4}(1-P'-P')$ (32) なる微分方程式を解いて $\xi_{78}(\theta) = L/\theta_1 + C_{78}\sqrt{\theta(\theta - \theta_1)}$ 但し、 $C_{78} = (\xi_7 - L\theta_3/\theta_1) / \sqrt{\theta_3(\theta_3 - \theta_1)}$ (33) となる。また、 $\xi_{78}(\theta) = L$ となる時刻を $\theta = \theta_8$ とする。この例の場合は、 $\theta_8 < \theta_r$ であると考え。これで信号一周におけるAB区間のある交通状態について調べたわけである。次に、この場合の平均交通密度 $\bar{k}$ と平均空間速度 $\bar{v}$ 及び交通量 q との関係、並びに区間の平均所要時間を求めるわけであるが、それは当日発表する予定である。



注: 数字は $n = (\theta_n, \xi_n)$ ($n=1, 2, \dots, 8$) とし、 ξ_{ij} は (i, j) 間の衝撃波あるいは荒進波とす