I－19　有限帯板法による板の後座屈強度解析

名古屋大学　正員　福本 啄士
名古屋大学　学生員　○草間 晴幸

1．はじめに

橋梁部材として用いられるプレート・ガーダー，箱桁，および吊橋のタワーなどの薄肉集成部材の座屈解析は，しばしば，その部材を構成する薄板の局部座屈解析という形で取り扱われてきた。この解析において，非線形問題，主に弾塑性挙動を解析する場合には，宇佐美，吉田らの研究にみられるように，塑性変形理論を用い，従来の弾性座屈理論と同様，数学的には固有値問題として処理してきたわけである。しかし，この解析手法では，板の終局強度を決定する座屈後の挙動を把握することが不可能であり，また耐荷性に影響を与える初期不整のうち，残留応力を考慮することはできるが，初期変形の影響を評価することはできない。以上のような問題を解決すべく，最近では，F.E.Mなどの手法を用いて，板の弾塑性大変形問題としての後座屈解析が2，3研究されてきた。本研究では，有限帯板法を用い，後座屈解析を可能にするため，定式化，および数値解析を行なうことを目的としている。

2．解析手法

解析手法として増分形有限帯板法を用いる。解析における基本仮定を次に示す。

(1)材料は等方性で理想弾塑性体とする。

(2)塑性流動理論に従い，降伏判定は Von－Mises の降伏条件式を用いる。

(3)初期タワミを考慮する場合には，x－y両方向について，板中央点を最大値とする sin 半波形とする。

(4)残留応力は帯板要素の長手方向に同一分布とする。

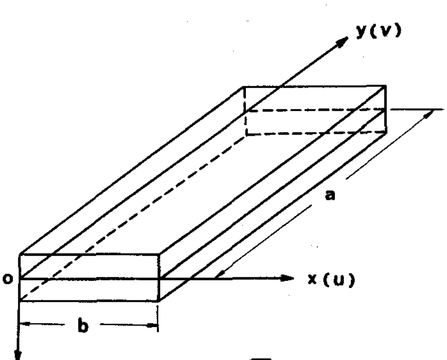
(5)剛性マトリックスを求める際，三次元格子点による数値積分を行うため，格子点によって，その近傍の物理特性が代表されるとする。

帯板要素の座標系を図－(1)のようにとり，両端単純支持帯板要素の中央面における変位関数を，次式のように表わす。

$$u=\sum_{m=1}^{s}\left[\left(1-\frac{x}{b}\right)u_{im}+\frac{x}{b}u_{jm}\right]\sin\frac{m\pi}{a}y$$

$$v=\sum_{m=1}^{s}\left[\left(1-\frac{x}{b}\right)v_{im}+\frac{x}{b}v_{jm}\right]\cos\frac{m\pi}{a}y$$

$$\begin{aligned}w=\sum_{m=1}^{s}\Big[&\left(1-3\frac{x^2}{b^2}+2\frac{x^3}{b^3}\right)w_{im}+\left(x-2\frac{x^2}{b}+\frac{x^3}{b^2}\right)\theta_{im}\\&+\left(3\frac{x^2}{b^2}-2\frac{x^3}{b^3}\right)w_{jm}+\left(\frac{x^3}{b^2}-\frac{x^2}{b}\right)\theta_{jm}\Big]\sin\frac{m\pi}{a}y\end{aligned} \quad \text{-------(1)}$$



図－(1)

ここで，m は座屈モードを示す。

幾何学的非線形を考慮した増分型の，変位とひずみの関係は次式となる。

$$\{\Delta\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \Delta u}{\partial x} \\ \frac{\partial \Delta v}{\partial y} \\ \frac{\partial \Delta u}{\partial y} + \frac{\partial \Delta v}{\partial x} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial \Delta w}{\partial x} \\ \frac{\partial w_0}{\partial y}\frac{\partial \Delta w}{\partial y} \\ \frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial \Delta w}{\partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial y}\frac{\partial \Delta w}{\partial x} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \Delta w}{\partial x}\right)^2 \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \Delta w}{\partial y}\right)^2 \\ \frac{\partial \Delta w}{\partial x}\frac{\partial \Delta w}{\partial y} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 \Delta w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 \Delta w}{\partial y^2} \\ 2\frac{\partial^2 \Delta w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \qquad (2)$$

ここで，Δu, Δv, Δwはn段階目の変位増分，w_0は$(n-1)$段階目までの変位である。式(1)を式(2)に代入してマトリックス表示をする。

$$\{\Delta\varepsilon\} = \sum_{m=1}^{s} \left\{ [B_{pm}]\{\delta_{pm}\} + [C_0][B_{b1m}]\{\delta_{bm}\} + \frac{1}{2}[\Delta C][B_{b1m}]\{\delta_{bm}\} + z\,[B_{b2m}]\{\delta_{bm}\} \right\} \qquad (3)$$

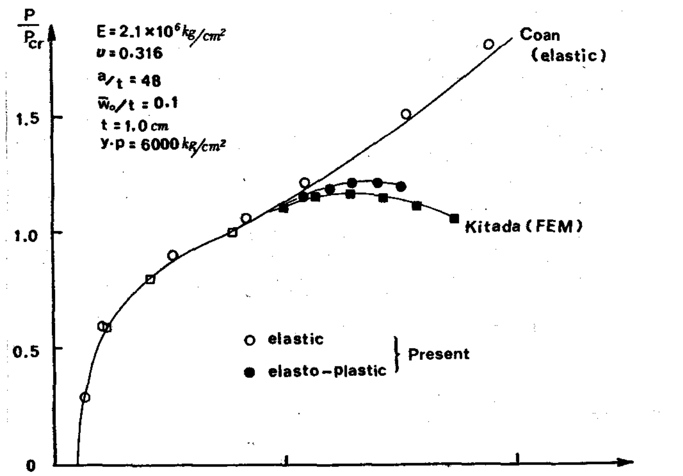
$\{\delta_{bm}\}$は面外変位ベクトル，$\{\delta_{pm}\}$は面内変位ベクトル，$[B_{b2m}]$，$[B_{pm}]$はそれぞれ面外，面内のひずみ－変位マトリックス，$[B_{b1m}]$は幾何学的非線形に，$[C_0]$，$[\Delta C_0]$は初期応力に関与するマトリックスである。応力－ひずみマトリックスは弾性においては，通常の二次元解析に用いられる応力－ひずみマトリックス$[D^e]$，弾塑性においては，Prandtl－Reussの条件から導びかれる$[D^p]$である。詳細は参考文献をみられたい。以上の関係式を増分型仮想仕事法に代入して，平衡条件式を求めると次のように表わされる。

$$\{\Delta F\} + \{L\} = \left[[K] + [K^G] + [K^S] \right] \{\delta\} \qquad (4)$$

$\{\Delta F\}$はn段階目の荷重増分ベクトル，$\{L\}$は$(n-1)$段階目の不つり合い力，$[K]$，$[K^G]$，$[K^S]$はそれぞれ，微小変形剛性マトリックス，幾何学的非線形剛性マトリックス，初期応力剛性マトリックス，$\{\delta\}$はn段階目の変位増分である。

3．数値計算結果

数値計算は式(4)の剛性マトリックスを数値積分して，所定の荷重増分に対する，変位増分を求める。数値積分による解の収束性をまず検討し，弾性，弾塑性それぞれに最適の三次元格子点数，級数展開項数，要素数などを求めその結果に基ずいて解析を行なった。数値計算の一部を図－(2)に示す。詳細は当日，発表する予定である。



図－(2)

○参考文献

山田，「コンピューターによる構造工学講座，塑性・粘弾性」，培風館； 宇佐美，「補剛材つき板の座屈強度に関する基礎的研究」，名大学位請求論文； 吉田，土木学会論文集第２４３号 pp.10～32 ； 小松・北田，土木学会論文集第２４４号，pp.1～14