I —13　　円筒形タンクの耐震性

岐阜大学大学院　学生員　○松本 恵一
岐阜大学工業短期大学部　正員　井上 肇

先ごろの宮城県沖地震によって，直径10m，高さ10m，厚さ20cmの，外巻きのPCタンクが崩壊したことによって，タンクの耐震性の再検討が，必要となってきた。現在，円筒形液体タンクの取扱いに関して大別すると2つの方式が，ある。1つは，小型厚肉断面を持つ円筒形液体タンクとしての取扱いである。この小型厚肉断面を持つ円筒形タンクの設計に際しては，慣用的にタンク壁を，剛体と仮定し，容器中の液体との連成振動は考えないものとして取扱われている。その替りに，内容液が，振動によって生ずる動液圧を，仮想massの振動に置換え，構造物に作用する水平力を求めて，これを荷重として考え静定計算を行なうHousner理論等の動液圧算定式が，用いられている。小型厚肉断面を持つ円筒形液体タンクに関しては，この理論を適用すれば十分で，すでに確立されていると考えられている。次に他の1つは，近年の円筒形液体タンクの大型化，薄肉化に際しての内容液との連成を，考慮する方法である。タンク構造自身を，弾性体と考え　これを考慮した論文は種々出されているが，いづれもタンク構造体の梁振動と液面動揺振動の連成解析を検討しているだけで，まだ多くの問題を含んでいると考えられる。そこで今回は，後者の液体の連成を考慮する円筒形液体タンクの場合をFinite Strip Methodを用いて，内容液は速度ポテンシャル理論に従うものとして解析を行なう事とする。

1）ポテンシャル理論

ポテンシャル理論は，内容液が振動を受けた場合　速度ポテンシャル理論に従うと考えるものである。この場合，表面振動を無視して流体圧のみに着目し，タンクを弾性体として取り扱い　この流体圧を仮想質量と考えることによって液体タンクの連成振動系として扱う。（また他に連成を考慮しない方式のものも，ある。）Fig 1参．

内部液体の速度ポテンシャルΦは，次の境界条件を満すものと仮定する。

① $\theta=0$，πで速度ポテンシャルが左右対称であるから

$$\left(\frac{\partial\Phi}{r\partial\theta}\right)_{\theta=0}=0 \quad \left(\frac{\partial\Phi}{r\partial\theta}\right)_{\theta=\pi}=0$$

② タンク底面における垂直な速度は，0となる。

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)_{x=0}=0$$

③ タンク内液体圧P（自由表面）

$$(P)_{x=h}=-\rho_0\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)_{x=h}=0$$

ρ_0：液体の比質量．

④ タンクの側壁と液体の境界においての関係から

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)_{r=R}=-\dot{Y}_t(x,t)\cos\theta$$
$$=-(\dot{y}_t(x,t)+\dot{z}(t))\cos\theta$$

ただし z：地動

①②③④より，Φは次式で与えられる。

$$\Phi=-\sum_{i=0}^{\infty}\frac{2I_1\left(\frac{\lambda_i r}{h}\right)}{\lambda_i I_1'\left(\frac{\lambda R}{h}\right)}\cdot\cos\theta\cos\left(\frac{\lambda_i x}{h}\right)\cdot\left\{\int_0^h\dot{Y}_t\cos\left(\frac{\lambda_i x}{h}\right)dx\right\}$$

ただし　$I_1(x)$：第1種変形ベッセル関数

$$I_1'(x) = \frac{dI_1(x)}{dx}$$

$$\lambda_i = \left(i+\frac{1}{2}\right)\pi$$

$$P = \rho_0 \sum_{i=0}^{\infty} \frac{2 I_1\left(\frac{\lambda_i r}{h}\right)}{\lambda_i I_1'\left(\frac{\lambda_i R}{h}\right)} \cos\theta \cos\left(\frac{\lambda_i x}{h}\right) \cdot \left\{ \int_0^h \ddot{Y}_t \cos\left(\frac{\lambda_i x}{h}\right) dx \right\}$$

$$\{F_s\} = \rho_0 \sum g_i \left(\int_0^h N \cos\frac{\lambda_i x}{h} dx\right) \cdot \ddot{\delta}$$

F_s：液圧を仮想力におき変えたもの。

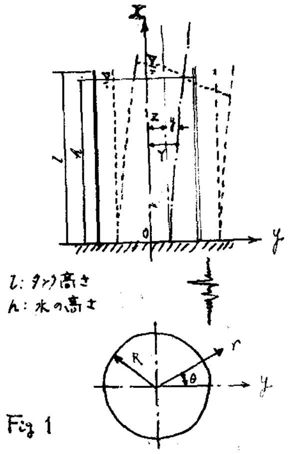

Fig 1

①シェル内部の変位 u, v, w を固有関数を考慮して次のように仮定しF.S.Mを適用する。(Fig2参)

$$u = \sum_{m=1}^{\infty} \left[(1-\bar{x}), (\bar{x}) \right] \cos m\theta \begin{Bmatrix} u_{i,m} \\ u_{i+1,m} \end{Bmatrix}$$

$$v = \sum_{m=1}^{\infty} \left[(1-\bar{x}), (\bar{x}) \right] \sin m\theta \begin{Bmatrix} v_{i,m} \\ v_{i+1,m} \end{Bmatrix}$$

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \left[(1-3\bar{x}^2+2\bar{x}^3), x(1-2\bar{x}+\bar{x}^2), (3\bar{x}^2-2\bar{x}^3), x(\bar{x}^2-\bar{x}) \right] \cos m\theta \begin{Bmatrix} w_{i,m} \\ \varphi_{i,m} \\ w_{i+1,m} \\ \varphi_{i+1,m} \end{Bmatrix}$$

② ここで m 次の変位 $\{u_m, v_m, w_m\}^T$ は、次のように表わされる。

$$\{u_m, v_m, w_m\}^T = [N]_m \left[u_{i,m}, v_{i,m}, w_{i,m}, \varphi_{i,m}, u_{i+1,m}, v_{i+1,m}, w_{i+1,m}, \varphi_{i+1,m} \right]^T$$

③ また ヒズミと変位との関係式は、次式となる。

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x, \varepsilon_\theta, \gamma_{x\theta}, \chi_x, \chi_\theta, \chi_{x\theta}\}^T = \sum_{m=1}^{r} [B]_m \{\delta\}_m$$

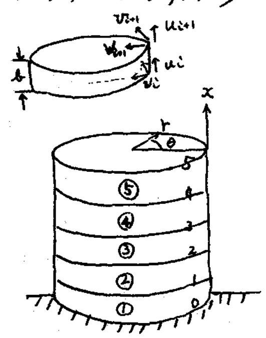

Fig 2

④ 外力と変位の関係式

$$[K][\delta(t)] = -[M]\{\ddot{\delta}(t)\} + \{F_s\}$$

$[K]$: stiffness matrix　　　$[M]$: consistent mass matrix

$\{F_s\} = \int [N]^T P\, dA$　　　$[K] = \int [B]^T [D][B]\, dV$

$$[B] = \begin{bmatrix}
-\frac{1}{\ell}C & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\ell}C & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{m}{r}(1-\frac{x}{\ell})C & \frac{-1}{r}(1-\frac{3x^2}{\ell^2}+\frac{2x^3}{\ell^3})C & \frac{-1}{r}(x-\frac{2x^2}{\ell}+\frac{x^3}{\ell^2})C & 0 & \frac{m}{r}\frac{x}{\ell}C & -\frac{1}{r}(\frac{3x^2}{\ell^2}-\frac{2x^3}{\ell^3})C & \frac{-1}{r}(\frac{x^3}{\ell^2}-\frac{x^2}{\ell})C \\
-\frac{m}{r}(1-\frac{x}{\ell})S & -\frac{1}{\ell}S & 0 & 0 & -\frac{m}{r}\frac{x}{\ell}S & \frac{1}{\ell}S & 0 & 0 \\
0 & 0 & (-\frac{6}{\ell^2}+\frac{12x}{\ell^3})C & (-\frac{4}{\ell}+\frac{6x}{\ell^2})C & 0 & 0 & (\frac{6}{\ell^2}-\frac{12x}{\ell^3})C & (\frac{6x}{\ell^2}-\frac{2}{\ell})C \\
0 & \frac{m}{r^2}(1-\frac{x}{\ell})C & -\frac{m^2}{r^2}(1-\frac{3x^2}{\ell^2}+\frac{2x^3}{\ell^3})C & -\frac{m^2}{r^2}(x-\frac{2x^2}{\ell}+\frac{x^3}{\ell^2})C & 0 & \frac{m}{r^2}\frac{x}{\ell}C & -\frac{m^2}{r^2}(\frac{3x^2}{\ell^2}-\frac{2x^3}{\ell^3})C & -\frac{m^2}{r^2}(\frac{x^3}{\ell^2}-\frac{x^2}{\ell})C \\
0 & \frac{-1}{r\ell}S & -\frac{m}{r}(-\frac{6x}{\ell^2}+\frac{6x^2}{\ell^3})S & -\frac{m}{r}(1-\frac{4x}{\ell}+\frac{3x^2}{\ell^2})S & 0 & \frac{1}{r\ell}S & -\frac{m}{r}(\frac{6x}{\ell^2}-\frac{6x^2}{\ell^3})C & -\frac{m}{r}(\frac{3x^2}{\ell^2}-\frac{2x}{\ell})S
\end{bmatrix}$$

ただし　$C = \cos m\theta$　$S = \sin m\theta$ とする。

⑤境界条件、　固定端　$u = v = w = \varphi = 0$　　自由端　$M_x = N_x = N_\theta = M_{x\theta} = 0$

以上を用いて円筒形タンクの耐震性を検討する。結果は、発表の際に譲る。