I—5　　移動境界をもつサンドイッチ構造の解析

名古屋工業大学　正　員　松浦　聖
名古屋工業大学　学生員○高瀬　陽太郎

1. まえがき

本研究は、外力の作用によって境界の位置および境界条件が変化する事を考慮して、サンドイッチ断面梁の有限要素解析を行なうものである[1]。断面構成として図-1に示す上下表板と心材を考え、各々均質等方性を有し局部破壊はないものとする。構造としては、一部欠落した剛体床上の梁（図-2 a）に等分布荷重を載荷することにより接触領域が変化し、それに伴ない境界の位置が変化した状態（図-2 b）を考える。この場合接触境界の座標値は、未知数として全体剛性方程式の中に組み込まれており、境界決定のための新たな条件を加えて剛性方程式をNewton-Raphson法により数値解析する。

2. 解析法

一般変位は図-1に示すように取り、節点における自由度は、$w, u, \theta, \gamma_c, \gamma_f$ の5個とし、変位関数は w について3次関数とし他は線形とする。歪-変位関係は、心材、表板について各々次のようになる。[2]

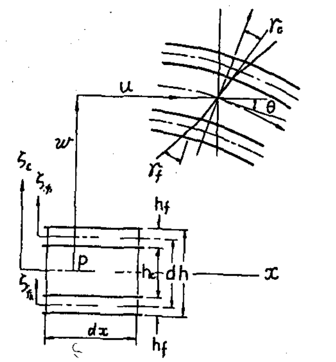

図-1

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\ \gamma_{xz}\end{Bmatrix}_c = \begin{Bmatrix}\frac{du}{dx}\\ \gamma_c\end{Bmatrix} + \zeta_c \begin{Bmatrix} -\frac{d^2w}{dx^2}+\frac{d\gamma_c}{dx}\\ 0\end{Bmatrix} \quad \text{----(1)}$$

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\ \gamma_{xz}\end{Bmatrix}_{f_{1,2}} = \begin{Bmatrix}\frac{du}{dx}\pm\left[-\left(\frac{h_c+h_f}{2}\right)\frac{d^2w}{dx^2}+\frac{h_c}{2}\cdot\frac{d\gamma_c}{dx}+\frac{h_f}{2}\cdot\frac{d\gamma_f}{dx}\right]\\ \gamma_f\end{Bmatrix} + \zeta_{f_{1,2}}\begin{Bmatrix}-\frac{d^2w}{dx^2}+\frac{d\gamma_f}{dx}\\ 0\end{Bmatrix} \quad \text{----(2)}$$

また、応力-歪関係は、

$$\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \tau_{xz}\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}E_{c,f_{1,2}} & 0\\ 0 & G_{c,f_{1,2}}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\ \gamma_{xz}\end{Bmatrix}_{c,f_{1,2}} \quad \text{----(3)}$$

となる。ここに、添字の $c, f_{1,2}$ は各々心材上下表板を示す。以上の関係により要素剛性マトリックスは求められる。次に、接触境界点Cのx座標 x_c は未知であり要素分割を考える場合、支承端Aまでの分割点は既知であるがAからCまでの分割点はその間をN等分すると x_c の関数として表わされ、A点のx座標を a として

$$x_{A+i} = a + \frac{i}{N}(x_c - a) \quad \text{----(4)}$$

となる。即ち要素の長さが x_c の関数となるわけであり全体剛性マトリックスは x_c を含むものとなる。また、等分布荷重を等価節点力に置きかえる際、外力ベクト

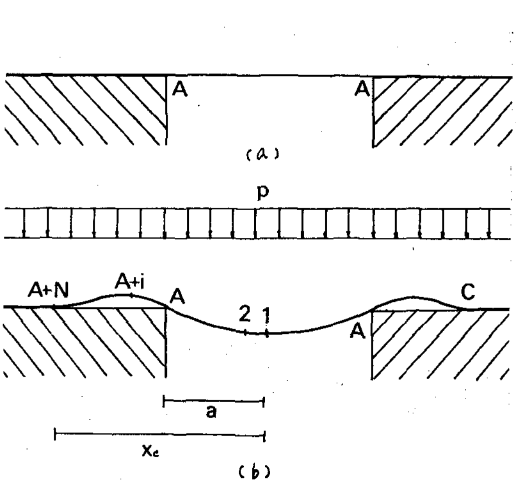

図-2

ルもx_cの関数として表わされることになる。 今、境界点における反力を$\{R_c\}$とし、対応する変位を$\{\delta_c\}$として確定境界処理後の剛性方程式は次のようになる。

$$\left\{\begin{array}{c}0\\ \hline R_c\end{array}\right\}=\left[\begin{array}{c|c}K_1(x_c) & K_2(x_c)\\ \hline K_{c1}(x_c) & K_{c2}(x_c)\end{array}\right]\left\{\begin{array}{c}\delta\\ \hline \delta_c\end{array}\right\}-\left\{\begin{array}{c}F(x_c)\\ \hline F_c(x_c)\end{array}\right\} \quad \text{----(5)}$$

次に

$$\left\{\begin{array}{c}g(x_c)\\ \hline g_c(x_c)\end{array}\right\}=\left[\begin{array}{c}K_2(x_c)\\ \hline K_{c2}(x_c)\end{array}\right]\left\{\delta_c\right\}-\left\{\begin{array}{c}F(x_c)\\ \hline F_c(x_c)\end{array}\right\}-\left\{\begin{array}{c}0\\ \hline R_c\end{array}\right\} \quad \text{----(6)}$$

とおき、未知節点変位ベクトル$\{\delta\}$に$\{x_c\}$を組み込み剛性マトリックスが正方行列となるように変形すると

$$\left\{\begin{array}{c}0\\ \hline 0\end{array}\right\}=\left[\begin{array}{c|c}K_1(x_c) & 0\\ \hline K_{c1}(x_c) & 0\end{array}\right]\left\{\begin{array}{c}\delta\\ \hline x_c\end{array}\right\}+\left\{\begin{array}{c}g(x_c)\\ \hline g_c(x_c)\end{array}\right\}\equiv\left\{\begin{array}{c}f\\ \hline f_c\end{array}\right\} \quad \text{---(7)}$$

となる。ここで、境界点は水平床上にあり、連続条件は$w_c=\theta_c=0$となり付加される境界条件として支承曲率とたわみ曲線の曲率が一致することから$M_c=0$として用いることにより$\{R_c\}$，$\{\delta_c\}$は与えられる。

式(7)を解くにあたりNewton-Raphson法による修正方程式は、

$$\left\{\begin{array}{c}\Delta f\\ \hline \Delta f_c\end{array}\right\}=-\left[\begin{array}{c|c}K_1 & \frac{\partial K_1}{\partial x_c}\{\delta\}+\frac{\partial g}{\partial x_c}\\ \hline K_{c1} & \frac{\partial K_{c1}}{\partial x_c}\{\delta\}+\frac{\partial g_c}{\partial x_c}\end{array}\right]\left\{\begin{array}{c}\Delta\delta\\ \hline \Delta x_c\end{array}\right\} \quad \text{··(8)}$$

となり、初期値を定め収束計算を行なうことにより解は求められる。

3、数値計算例

対称性から半分について解析を行ない、分割は中心からA点までを5、C点までを4分割とした。断面については、表板の厚さを心核の1/8と均一梁の2つについて行なった。また初期値としては、x_cについては1.5a，2.0aを用い、$\{\delta\}$については$\{0\}$とした。

図-3にx_cの収束状況，図-4にたわみ，図-5にたわみ角を示した。

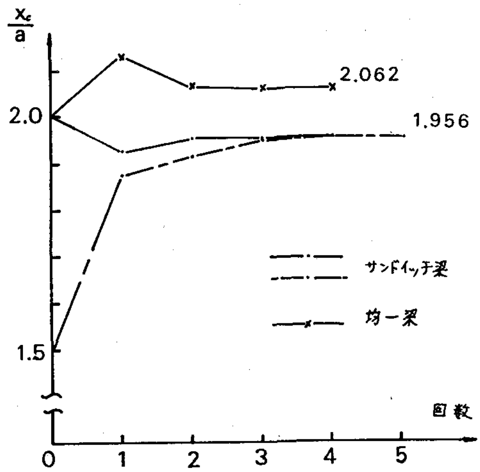

図-3

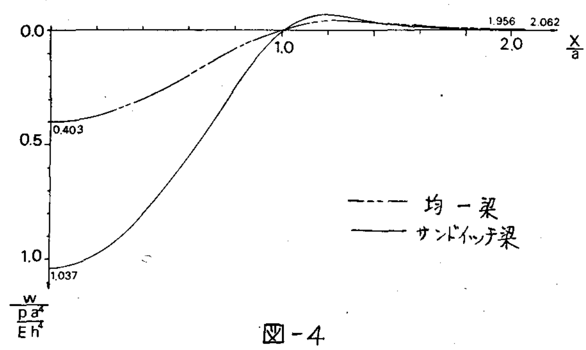

図-4

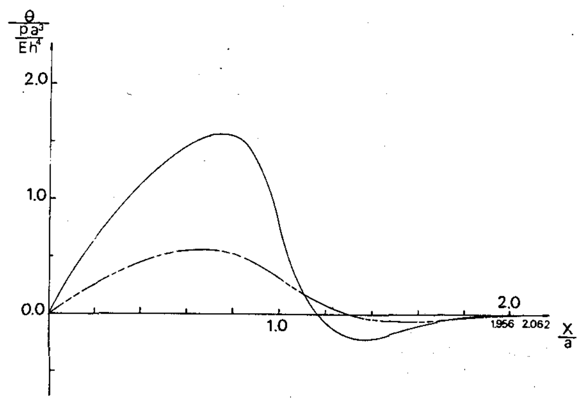

図-5

(参考文献)
1) 半谷裕彦・国田二郎"移動境界をもつ弾性平板の有限要素解析"生産研究29巻5号
2) 松浦・木全・中山"サンドイッチ構造の解析"第32回年次学術講演会概要集