

名古屋工業大学 学生員 〇 浅田 修造

名古屋工業大学 正員 長谷部 宣男

まえがき 有理写像関数と差分法を併用した数値計算により、環状クラックを有する丸棒の静的ねじりにおける応力拡大係数は精度よく求められた。<sup>1)</sup> 本報告は同じ方法により、両面にクラックを有する弾性板の定常縦せん断振動(図-1)を解析したものであり、既に一部を報告している。<sup>2)</sup> 解法等の詳細は文献1), 2)に記載されているので省略する。

解法  $W_1$ をクラックのない帯板の定常縦せん断振動、 $W_2$ をクラックの境界上に静的で一様な分布外力が作用する場合の変位とする。

$W_0$ を次式を満足する関数とすれば、求める変位  $W = W_0 + W_1 + W_2$  であり、 $W_0$ を差分法により求めればよい。

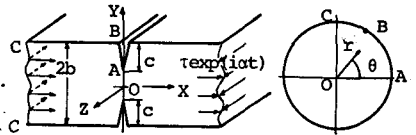


図-1

$$\nabla^2 \left[ \frac{\partial^2 W_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W_0}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W_0}{\partial \theta^2} \right] + \lambda^2 W_0 = -\lambda^2 W_2, \quad \lambda^2 = \frac{\alpha^2}{G/P} \quad (1)$$

$\alpha$  ; 角振動数  
 $\sqrt{G/P}$  ; せん断波伝播速度

ここで  $\lambda^2 = 1/|\omega(\zeta)|^2$ ,  $\omega(\zeta)$ は写像関数の1次導関数である。また  $x + iy = \omega(\zeta)$  である。B点(図-1)で  $|\omega(\zeta)| \rightarrow \infty$  (写像関数を有理化しなければ  $|\omega(\zeta)| \rightarrow \infty$ ) となり、B点でたてた差分式を用いることはできない。このためB点での差分式を、単位円上をB点より原点方向に  $\delta$  だけ移動した点でたてた差分式で代用する。応力拡大係数は、 $W_0$ による  $K_0$ ,  $W_2$ による  $K_2$  により  $K = K_0 + K_2$  で与えられる。

誤差評価 1次差分近似を用いたとき、一般に誤差は分割中  $\Delta r = 1/M$ ,  $\Delta \theta = \pi/2L$  の2次の項に支配される。<sup>1), 2)</sup> しかし分割中が十分小さくないときには3次の誤差も考慮しなければならぬ。すなわち真の  $K$  値と差分の解  $K$  との間には、A, B, C, D, E, F, G を未定係数として

$$K = K_0 + \frac{A}{M^2} + \frac{B}{M \cdot L} + \frac{C}{L^2} + \frac{D}{M^3} + \frac{E}{M^2 \cdot L} + \frac{F}{M \cdot L^2} + \frac{G}{L^3} \quad (2)$$

なる関係が成立つ。8組の  $(M, L)$  に対する計算値を用いて上式を8元1次連立方程式として解くことにより  $K$  値を得ることができ。

計算例 クラック深さ  $c/2b = 0.3$  について計算した。  $\lambda = 1.0$  のときの  $K$  と  $\delta$  の関係を図-2に示す。ただし横軸  $\Delta(\delta)$  はB点と代用した点との物理面における距離である。図-2より、 $K$  と  $\Delta$  は直線的な関係にあり、 $\delta \rightarrow 0$  に対する  $K$  値を外挿することができる。しかし小数点以下2位で丸めれば、いずれの  $\delta$  に対しても  $K = 0.79$  となり、適用な  $\delta$  を用いて計算した  $K$  値を真の  $K$  値とみなせる。図-3には、振動数のパラメータ  $\lambda$  と  $K$  値との関係を示す。(  $\delta = 0.002$  を用いて計算した。)  $\lambda = 2.0$  付近に共振点が存在すると考えられる。

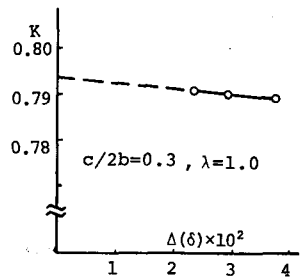


図-2 Kと $\delta$ の関係

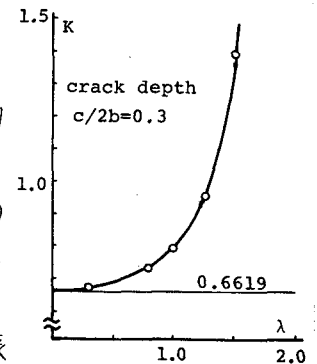


図-3 Kと $\lambda$ の関係

1) 久世・長谷部 応用力学連合講演会 昭52年10月 2) 浅田・長谷部三浦 同左 昭53年11月