I－1　連続体の運動を二組の方程式により記述する方法について

名古屋大学　正会員　富樫 豊

1。序　地盤と構造物の静的・動的相互作用問題，浸透流と固体変形の連成問題，熱応力変形連成問題等の連成・相互作用問題においては，現象を記述するモデルの核となる基本方程式は，極単な単純化を施したモデルでは，単純表現の唯一個であるが，一般には，複雑表現の複数個である。一般に，方程式の個数が多いことは，直ちに解析上で困難をきたすので，連成・相互作用問題においては，解くべき方程式の個数は，多からずまた少なからずということで，二個が適当であるように思われる。事実，複合体（二相）変形問題であれば，構成相毎の運動方程式により，また，地盤と構造物の相互作用問題であれば，地盤に関する運動方程式と構造物に関する方程式とにより，各々，二個の方程式が想定される。

ここでは，現象記述の二個方程式の理論展開を試みると共に，各論として，各種の連成・相互作用問題と，ランダム場，厳密解と近似解の重合について，二個方程式を考察する。ただし，本稿でいう“二個”とは，“二つ”あるいは“二種”の意味であることに注意されたい。

2。現象の記述の方法　現象を記述する方程式は，現象の把握の程度により具体的に表現を与えられる。現象を十分に把握する必要がなければ，現象を記述する方程式は，単純な表現で与えられるであろうが，逆に現象を精密に把握する場合，記述の方程式は，一般に，複雑な表現かつ複数個で与えられる。しかし，一般の系においては，不確定要因が多いために，いかに精密といえども，極端な厳密さを要求することは無意味である。それゆえ，解析上の容易さから，方程式は二個で十分である。

さて，二個方程式の各々の方程式を，第一番方程式，第二番方程式と呼ぶことにすると，第一番方程式で記述される事象（第一番事象）は，系で第一に問題にする内容のものであり，また第二番の事象（第二番事象）は，第一番事象に付随した事象である。例えば，地盤と構造物の相互作用問題においては，構造物の挙動を地盤を考慮して把握するために作られたものであるから，構造物の挙動支配が第一番事象であり，地盤が第二番事象を形成する。また熱応力場問題であれば，主な観点を変形体挙動として，第一番事象が変形体，第二番事象が熱に関するものとなる。

二個方程式は，作用子をH，状態量をφ，相互項（連成・相互作用項）をΓとすると，第一番および第二番事象に対して，各々，

$$H_1\varphi_1 + \Gamma_1(\varphi_1, \varphi_2) = 0, \quad H_2\varphi_2 + \Gamma_2(\varphi_1, \varphi_2) = 0 \qquad (1)$$

となる。ここに，指標iは事象番号である。　相互項は，第一番と第二番との相互の現象の可逆，不可逆性により分類される。第二番事象が第一番事象に一方的に関連する場合には，$\Gamma_2=0$，不可逆に関連する場合　$\Gamma_2\neq-\Gamma_1$，可逆の関連の場合　$\Gamma_2=-\Gamma_1$　となる。

3。各論　以下に掲げる系において，支配方程式を，相互項Γにより検討する。

A。熱弾性　外力と加熱を受ける固体においては，弾性体の運動と熱伝導とを部分系として，さらにこれらの部分系を結合する一方的な相互作用部分系である温度の応力転化　$\Gamma_1=\Gamma(\varphi)$　とにより，系が構成され，基本方程式は次のように表わされる，

$$H_1\varphi_1 + \Gamma(\varphi_2) = 0 \qquad H_2\varphi_2 = 0 \tag{2}$$

B．複合体　複合体（二相）は，等価弾性係数体，等価剛性体（高次変形体），混合体へ置換される．まず，混合体では，第一番事象を第一相，第二番事象を第二相として，相互項を可逆性のものとすると，基本方程式は，次のように簡潔に書ける，

$$H_1\varphi_1 + \Gamma(\varphi_1 - \varphi_2) = 0 \qquad H_2\varphi_2 - \Gamma(\varphi_1 - \varphi_2) = 0 \tag{3}$$

次に，等価剛性法では，第一番事象を巨視的変位場，第二番事象を微視的変位場，また相互項は $\Gamma_1 \fallingdotseq -\Gamma_2$ として，基本方程式は，式(1)となる。一方，等価弾性係数体では，$\varphi_1 = \varphi_2$ として，式(3)を重合することにより，あるいは，式(2)において $\varphi_2 = 0$ とすることにより基本方程式が得られる。

C、地盤と構造物の相互作用　構造物の挙動を地盤の挙動を考慮して把握するために，構造物と地盤とを組合せた複合系を形成させる。構造物を第一番事象，地盤を第二番事象とすると，構造物と地盤の境界において定義される相互項は可逆性であるから，基本方程式は，次のようになる，

$$H_1\varphi_1 - \Gamma(\varphi_1, \varphi_2)\,\delta(\text{境界}) = 0 \qquad H_2\varphi_2 + \Gamma(\varphi_1, \varphi_2)\,\delta(\text{境界}) = 0 \tag{4}$$

ここで，地盤は構造物に比して大きなマスであることから，構造物と地盤の相互作用域は構造物周辺に限定されるとすると，式(4)での相互項を零として，一方向関連の連成系をつくることができる，

$$H_1\varphi_1 - \Gamma(\varphi_2)\,\delta(\text{境界}) = 0 \qquad H_2\varphi_2 = 0 \tag{5}$$

D、相互作用の抽出　構造物の地盤を考慮した挙動は，地盤のみの挙動と対比させて理解されるが，この対比の作業は，実は，第一番事象と第二番事象との相互項を理解することに他ならない。それゆえ，第一番事象を構造物の挙動の事象，第二番事象を相互作用の事象に選べば，構造物の挙動を適格に把握しうることになる。この場合の基本方程式は，$\varphi_{\text{相互}} = \varphi_{\text{構造物}} - \varphi_{\text{地盤}}$ の量でもって，

$$H_{\text{構造物}}\varphi_{\text{構造物}} = 0 \qquad H_{\text{相互}}\varphi_{\text{相互}} + \Gamma\varphi_{\text{構造物}}\,\delta(\text{境界}) \tag{6}$$

となる．一方，相互作用のみを知る場合であれば，第一番事象を相互作用，第二番事象を地盤とすると，作用子は，$H_{\text{全体}}$，$H_{\text{地盤}}$，$h_{\text{相互}} = H_{\text{全体}} - H_{\text{地盤}} = H_{\text{建物}}$，状態量は，$\varphi_{\text{全体}}$，$\varphi_{\text{地盤}}$ $\varphi_{\text{相互}} = \varphi_{\text{全体}} - \varphi_{\text{地盤}}$ であるから，第一番，第二番の方程式は，次のようになる，

$$H_{\text{地盤}}\varphi_{\text{地盤}} = 0 \qquad H_{\text{全体}}\varphi_{\text{相互}} = -h_{\text{相互}}\varphi_{\text{地盤}} \tag{7}$$

E．補強効果　構造物が補強された場合，補強効果の検討は，第一番事象を補強前に，第二番事象を補強前と後の差の状態にとれば，節Dの議論と同様にしてなされる。

F、数値解と解析解の重合　厳密解とFEM解を組合せて系の解をつくる場合を考える。第一番，第二番事象を厳密解およびFEMと厳密解の差の事象に各々想定すると，$h = H_{FEM} - H_{\text{厳密}}$，$\varphi_{\text{相互}} = \varphi_{FEM} - \varphi_{\text{厳密}}$ として，第二番方程式に一方的関連の相互項をつくり，次の基本方程式を得る，

$$H_{\text{厳密}}\varphi_{\text{厳密}} = 0 \qquad H_{FEM}\varphi_{\text{相互}} = -h_{FEM}\varphi_{\text{厳密}} \tag{8}$$

G、ランダム運動　外乱（？）および構成系のランダム性のために，系の応答は一般にランダムとなる。応答を平均と偏差とに分け，各々を第一番，第二番事象として，また二番事象においては，確率分布関数を導入して，第二番方程式を log 関数変換すると，基本方程式は，次のようになる，

$$H_1\varphi_1 = q_1 \qquad \log H(\text{確率分布})\,\varphi_2 = \log q(\text{確率分布}) \tag{9}$$

4．結び　現象を記述する二個の方程式が，連成・相互作用問題でいかに表現されるか考察した。

A．参考文献　川本・多賀・富樫"場の問題におけるアナロジー力学系と簡単化理論"27回応用力学連合講演会講演集1977，p373-378．