Ⅱ－9

小さな渦を考慮した拡散シュミレーション

岐阜大学工学部　正員　　河村　三郎
大同工業大学　　正員　○久保田　稔
岐阜大学大学院　学生員　光岡　昭彦

1)はじめに　　今日、河川汚濁問題は重要な社会問題となり、一般市民も大いなる関心をよせており、多くの問題の早急な解決が望まれている。

拡散の研究はTaylorの拡散理論によって見事に記述され、それ以後、理論的、確率論的な多くの研究が行われて来ている。我々は今回、従来の方法のようにあらかじめ相関係数形を仮定したりする事なく、また渦の小さなスケールをも考慮したシュミレーションを行ったので報告する。

2)シュミレーション方法　　Nordin－MejiaはSlitlevsonのBroken line processによるシュミレーション方法を水文現象に応用し、Hurst現象やNoah効果等について述べている。

我々は、このBroken line processを用いて以下のように乱流拡散シュミレーションを行った。時間tでの流速u_iは

$$u_i = \bar{U} + \sum_{j=1}^{\infty} u_{i \cdot j} \qquad (1)$$

ここで、$u_{i \cdot j}$は渦の大きさjの時間tでの変動速度であり、

$$u_{i \cdot j} = u_j(t - k a_j) = \sum_{i=0}^{\infty}\left[\eta_i + \frac{(\eta_{i+1}-\eta_i)(t - i a_j)}{a_j}\right] \underset{[i a_j,\,(i+1)a_j]}{I(t)} \qquad (2)$$

ここで、kは(0.1)での一様分布乱数であり、定常性を確保するために導入。η_iは平均値零、分散δ_j^2を持つ独立ランダム変数。図1のようにη_i、η_{i+1}を直線で結ぶことにより、相関係数の原点での2階微分が可能となる。

また、$\underset{[i a_j,\,(i+1)a_j]}{I(t)}$は

$$i a_j \leq t \leq (i+1) a_j \text{ で } \quad \underset{[i a_j,\,(i+1)a_j]}{I(t)} = 1$$

$$\text{その他の場合} \quad \underset{[i a_j,\,(i+1)a_j]}{I(t)} = 0$$

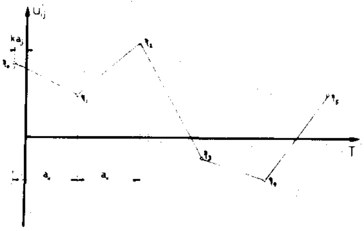

Fig.1

いま、時間間隔a_jでの$u_{i \cdot j}$の分散および自己相関係数を求めると、

$$Var\ u_j^2 = \frac{2}{3}\delta_j^2 \qquad (3)$$

$$\left.\begin{aligned} R_j(\tau) &= 1 - \frac{3}{4}\left(\frac{\tau}{a_j}\right)^2\left[2 - \left(\frac{\tau}{a_j}\right)\right] && 0 \leq \tau \leq a_j \\ R_j(\tau) &= \frac{1}{4}\left[2 - \left(\frac{\tau}{a_j}\right)\right]^3 && a_j \leq \tau \leq 2a_j \\ R_j(\tau) &= 0 && 2a_j \leq \tau \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

また渦のマクロスケールT_{a_j}とa_jとの関係は

$$T_{a_j} = \frac{101}{48} a_j \quad \text{である。}$$

いま、速度変動はいろいろな渦が重なった結果であると考えているから、

$$u_i = \sum_{j=1}^{N} u_{i \cdot j} \qquad (5)$$

上式より相関係数は

$$R(\tau) = \frac{\sum_{j=1}^{N}\delta_j^2 R_j(\tau)}{\sum_{j=1}^{N}\delta_j^2} \qquad (6)$$

また分散は

$$Var\ u_i^2 = \frac{2}{3}\sum_{j=1}^{N}\delta_j^2 \qquad (7)$$

である。渦の寿命時間に比例するa_jを

$$a_j = a_1 g^{j-1} \qquad g > 1 \qquad (8)$$

と置く、ここにgは新しいパラメータである。

エネルギー逸散率εは

$$\varepsilon \propto \frac{u_j^3}{T_{a_j}\cdot \bar{U}} = \frac{\left(\frac{2}{3}\delta_j^2\right)^{\frac{3}{2}}}{T_{a_j}\cdot \bar{U}} \qquad (9)$$

したがって

$$\sigma_j = \sigma_1 g^{\frac{1}{3}(j-1)} \quad \text{———} \quad (10)$$

である。

(7)式は乱流強度 u'^2 であるから、(10) 式より

$$\sigma_1^2 = \frac{u'^2}{\frac{2}{3}\sum_{j=1}^{N} g^{\frac{2}{3}(j-1)}} \quad \text{———} \quad (11)$$

または、

$$\sigma_1 = \left[\frac{3}{2}\,\frac{1-g^{\frac{2}{3}}}{1-g^{\frac{2}{3}N}}\right]^{\frac{1}{2}} \cdot u' \quad \text{———} \quad (12)$$

また、(6)式を2階微分して渦のミクロスケール T_L を求め、整理すると、

$$a_1 = \left[\frac{3}{8}\,\frac{\dfrac{1-g^{-\frac{1}{3}N}}{1-g^{-\frac{1}{3}}}}{\dfrac{1-g^{\frac{2}{3}N}}{1-g^{\frac{2}{3}}}}\right]^{\frac{1}{2}} \cdot T_L \quad \text{———} \quad (13)$$

となる。

3)シュミレーションの結果　(12)、(13)式より、重ね合わせる渦の個数N、発生割合g、乱流強度 u' そして渦のミクロスケール T_L を予め決定しておけば、乱流拡散のシュミレーションが可能である。

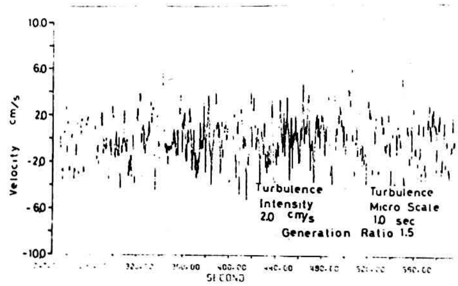

Fig. 2

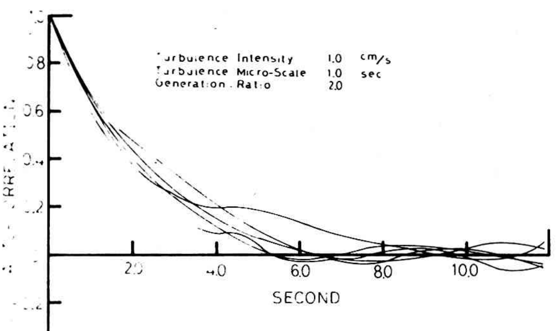

Fig. 3

図2はN＝5、$g=1.5$、$u'=2.0$ cm/sec、$\tau=1$秒でシュミレーションした変動速度である。

図3はN＝5、$g=2.0$、$u'=1.0$ cm/sec、$\tau=1$秒での変動速度の自己相関図である。

図4はN＝5、$g=2.0$、$u'=1.0$ cm/secで、T_L がそれぞれ1秒、4秒の場合での相関図であり、ミクロスケールの変化の影響が良くわかる。

図5はN＝5、$g=1.5$、$T_L=1$秒で u' がそれぞれ2.0 cm/sec、4.0 cm/secの場合のパワースペクトルである。

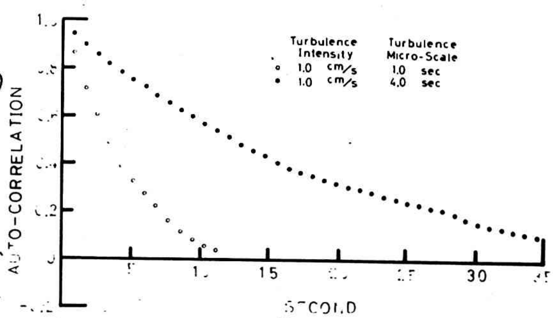

Fig. 4

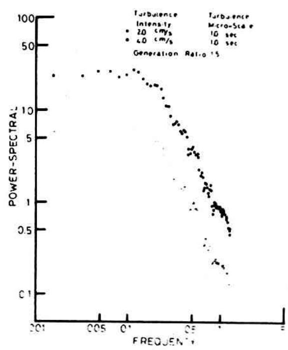

Fig. 5

4)おわりに

以上の結果より、この方法を使用すれば、従来のように、相関係数形を仮定することなく、また渦のミクロスケールをも考慮して、拡散時間が短い場合での拡散シュミレーションを行うことが可能であると考えられる。