

渋滞領域を考慮した交通量配分の収束性について

信州大学工学部 正員 奥谷 巖
信州大学工学部 学生員 〇松崎 敏彦

1はじめに

従来の交通量配分手法においては、リンクの容量を考慮した場合、リンクの所要時間は、図1のように容量に近づくとき、所要時間が無限に大きくなる走行時間関数を用いてきた。しかし実際には、OD交通量がふえると、渋滞するリンクが生じてくる。そこで走行時間関数を図2のように、容量までは所要時間は、交通量と共に増加し、そして容量を境として、所要時間は交通量が減少するにしたい増加する関数とする。本研究はこの走行時間関数を用いて、渋滞領域を含む等時間原則配分の解を求め、いろいろな場合の解の収束性を検討した。

2問題の定式化

リンク j の走行時間関数を $f_j(X_j) = a_j X_j + b_j$ (1) のような線形関数とすると、渋滞リンクを含む等時間原則による交通量配分は、制約条件

$$\sum_i x_i^k = S^k \quad (k=1, 2, \dots, S) \quad (2) \quad X_j = \sum_i \sum_k l_{jk}^i x_i^k \quad (3) \quad x_i^k \geq 0 \quad (4)$$

のもとで、目的関数 $J = \sum_j \left\{ \frac{1}{2} a_j \left(\sum_i \sum_k l_{jk}^i x_i^k \right)^2 + b_j \sum_i \sum_k l_{jk}^i x_i^k \right\}$ (5) を最小にする2次最小化問題となる。ここで S^k は、ODペア k のルート k の交通量、 X_j はリンク j の交通量、 l_{jk}^i はODペア k のルート k がリンク j を通るとき1、通らないとき0を表わす。渋滞リンクを含む目的関数は、自由走行のときの目的関数とは異なり、一般に凸でも凹でもない関数となり、この目的関数の最小値を求めるのは困難である。しかし制約条件は微分可能かつ線形であり、また目的関数も微分可能であるから、逆凸制約想定を満たしている。したがって極小解でも、クーン・タッカーの定常点問題の解が存在することが証明されるし、またクーン・タッカーの定常点問題の解は、等時間原則の解であることも示される。したがって(5)式の目的関数の極小値でも等時間

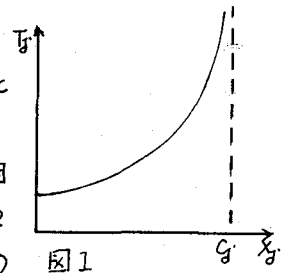


図1

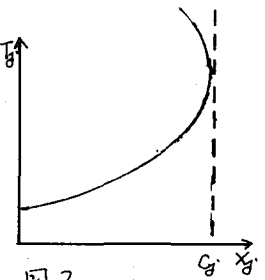


図2

原則の解であることがわかる。次にどのリンクが渋滞するかということ、はじめからわかっているものではないので、制約条件(2)~(4)式を満足しながら、目的関数を最適方向に近づけるのは得策でない。そこでOD交通量を少しずつ流しながら、どのリンクが容量に達し、渋滞するかを見つける配分法を使用するが、このような配分では、OD制約条件は最初満足していないので、双対問題を導入し、この目的関数を最適化する。この双対問題は、制約条件 $\lambda^k \leq \sum_j l_{jk}^i (a_j \sum_i \sum_k l_{jk}^i x_i^k + b_j)$ ($k=1, 2, \dots, S$) (6) のもとで、 $-\sum_j \frac{1}{2} a_j \left(\sum_i \sum_k l_{jk}^i x_i^k \right)^2 + \sum_j b_j \sum_i \sum_k l_{jk}^i x_i^k$ (7) を最大にする2次最大値問題となる。ここで P は、ODペア k の任意のルートを表わし、 λ は λ^k の要素をとりつベクトル、 S は S^k の要素をとりつベクトルである。また(6)式の不等式の右辺は、ODペア k のルート P の所要時間を表わし λ^k はこの問題の性質上、ODペア k のすべてのルートの中の最小所要時間と考えられる。

3問題の解法と計算例

制約条件(6)式を満たすために、参考文献1の配分法を使用する。計算例として図3のようなネットワークを考える。参考文献1の配分法で注意することは、リンク交通量がその容量以上に流れる場合にはその容量まで流し、自由走行時間関数の q_i , b_i を、渋滞走行時間関数の q_i^s , b_i^s に変換して、リンク容量以上に交通量が流れないようにする。またある配分段階で渋滞したリンクであり、次のOD交通量を流す場合、自由走行リンクとして、計算を始める。

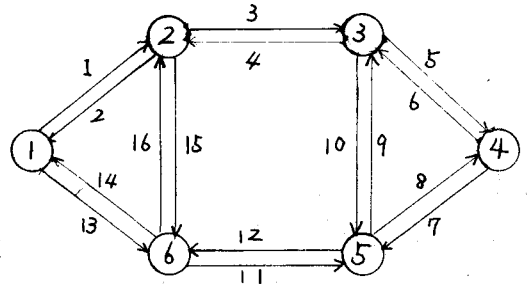


図 3

ケース1 OD1-3=1200, OD6-2=1000, OD4-6=800のとき

$$x_{1,2}^s = 528, x_{1,3}^s = 672, x_{4,6}^s = 615, x_{6,2}^s = 385$$

$$x_{4,6}^s = 39, x_{6,2}^s = 761 \text{ (台) となる。この場合渋滞するリンクは、3, 7, 16 リンクであり、これらのリンクは単一のODで渋滞している。このような場合は参考文献1の配分法で収束する。}$$

ケース2 OD1-3=800, OD2-5=600, OD6-3=1000のとき

$$x_{1,3}^s = 340, x_{1,3}^s = 460, x_{2,5}^s = 600, x_{6,3}^s = 1000 \text{ (台)}$$

となり、渋滞するリンクは、3リンクである。この場合配分の段階で、渋滞するリンクを通るルート交通量が負になる場合がある。このときは、渋滞するリンクを通る配分した他のOD交通量を移動させ、ルート交通量が負にならないように、OD交通量を流しきる。また次のOD交通量を流す場合、前の段階で渋滞したリンクは、自由走行リンクとして、所要時間を計算するが、このOD交通量を流しきったとき、そのリンクが渋滞しなければ、初めから渋滞リンクとして、配分をやり直す。

ケース3 OD1-4=1500, OD6-3=1000のとき

$$x_{1,4}^s = 470, x_{2,4}^s = 1030, x_{6,3}^s = 72, x_{6,3}^s = 928 \text{ (台) となり、渋滞するリンクは3リンクで、複数のOD交通量で渋滞している。この場合は全体の目的関数の増分を増大すれば解が得られる。}$$

4おわりに

この配分法は、配分しているODの目的関数を増大するように流しているが、全体の目的関数の増分を検討して、統一的な配分法を用いる必要がある。

5参考文献

- 1 松崎敬孝「渋滞領域を考慮した等時間原則配分について」第32回年次学術講演会概要集 1977
- 2 京大学位論文、井上博司、O.Lマンガリアン・非線形計画法、培風館

リンク	$q_i^{(1000\%)} (分)$	$b_i (分)$	$Q_i (台)$	$q_i^{(1000\%)} (分)$	$b_i^s (分)$
1, 2	0.25	2.0	1000	-7.0	9.25
3, 4	2.00	6.0	600	-9.0	12.60
5, 6	0.40	1.8	500	-8.0	6.00
7, 8	0.25	2.0	800	-9.0	11.1
9, 10	0.40	1.6	1500	-8.0	14.20
11, 12	0.95	5.5	2100	-5.0	18.00
13, 14	0.40	1.8	1100	-7.0	9.94
15, 16	1.50	1.5	800	-8.0	9.10

表 1

リンク	ケース1	ケース2	ケース3
1	913	340	470
2			
3	528	340	542
4	761		
5			470
6	761		
7	39		
8			1030
9	672	1460	928
10			
11	672	2060	1958
12	39		
13	672	460	1030
14	385		
15	761	600	
16	615		72

表 2