Ⅳ－10

交通計画における需要推計誤差の伝播について

信州大学工学部　学生員○大村　卓
信州大学工学部　正　員　奥谷　巌

1．まえがき

近年の急激な交通需要の増大激化に即応して　計画推計年度の状態をいかに正確な姿にしていくかは将来への重要な指針を与えるものだ。現在　各都市では土地がらに適した各種交通需要モデル式と集積された調査データをもとにして実際の交通施設計画に応用している。しかしモデル式による計画推進がどの程度妥当なものか信頼性が乏しく不合理で不経済な結果を誘発する要因となる。本研究はこの信頼性を追求するため　福井氏（参考文献）のモデル式の変数を独立にとり扱ったときの誤差の伝播の検討をより一般的に従属性を許せばどうなるかについて明らかにするものである。

2．期待値の誤差の伝播

一般に　推計値Tは　常に真値$\overset{*}{T}$（本来推計年度の実際値をいう）に対し　過大又は　過小推計しているものとし　偏りαなる値を与えて　$T=\overset{*}{T}(1+\alpha)$　の関係式が成立する。

3．分散に関する誤差の伝播

モデル式は、和と積の演算で構成されている　$T=\overset{*}{T}+e$　なる誤差eの伝播はどうなるか、推定値がつくる分布形態を追跡することにする。そこで２変数の積の分散をみてみると

$$E(xy)=\rho_1\sqrt{V(x)V(y)}+E(x)E(y)$$

の式を用いて

$$V(xy)=E(x^2y^2)-E(xy)^2$$
$$=\rho_2\sqrt{V(x^2)V(y^2)}+E(x^2)E(y^2)-\{\rho_1\sqrt{V(x)V(y)}+E(x)E(y)\}^2$$

ただし　ρ_1は　x，yの１次の相関係数，　ρ_2は　x^2，y^2の２次の相関係数である。

$$V(x^2)=m_4^x-V(x)^2+4E(x)\{E(x)V(x)+m_3^x\}$$

ただし　m_3^x，m_4^x　はそれぞれxについての３次．４次のモーメントである。以上より一般に

$$V(xy)=\rho_2\sqrt{[m_4^x-V(x)^2+4E(x)\{E(x)V(x)+m_3^x\}][m_4^y-V(y)^2+4E(y)\{E(y)V(y)+m_3^y\}]}$$
$$-\rho_1^2V(x)V(y)-2E(x)E(y)\sqrt{V(x)V(y)}+V(x)V(y)+E(x)^2V(y)+E(y)^2V(x)$$

x，yの性質として正規分布に従うものとすれば

$$m_3^x=0,\quad m_4^x=3V(x)^2$$

とおき

$$V(xy)=V(x)V(y)+E(x)^2V(y)+E(y)^2V(x)+2\rho_2\sqrt{V(x)V(y)}\,E(x)E(y)\sqrt{\left(\frac{V(x)}{E(x)^2}+2\right)\left(\frac{V(y)}{E(y)^2}+2\right)}$$
$$-\rho_1^2V(x)V(y)-2\rho_1\sqrt{V(x)V(y)}\,E(x)E(y)$$

となる。次に和の分散については

$$V\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)=\sum_{i=1}^{n}V(x_i)+2\sum_{j=k+1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\rho_{jk}\sqrt{V(x_j)V(x_k)}$$

で表わし推定値の分布形態を各推計段階へ伝播することができる。このように相関係数が多用されることなく使用変数を独立にあつかえばどうであろう。

$$V_I(xy)=V(x)V(y)+E(x)^2V(y)+E(y)^2V(x)$$

と従属のときと積の分散を例にして相関係数をもつ項のみくくり出して検討してみる

$$P = \left[\, 2\rho_2 \sqrt{\left(\frac{V(x)}{E(x)^2}+2\right)\left(\frac{V(y)}{E(y)^2}+2\right)} - \rho_1^2 \frac{\sqrt{V(x)V(y)}}{E(x)E(y)} - 2\rho_1 \right] \sqrt{V(x)V(y)}\, E(x)E(y)$$

ρ_1 と ρ_2 の相互の関係はあるはずであるが、模型を仮定せず、式の上だけで P の正負を検討し、分類してみると

$-1 \leq \rho_1 < 0$，$-1 \leq \rho_2 < -0.5$ のとき　$V(xy) < V_I(xy)$

$\rho_1 = 0$，　$\rho_2 = 0$ のとき　$V(xy) = V_I(xy)$

$0 < \rho_1 \leq 1$，$0.5 < \rho_2 \leq 1$ のとき　$V(xy) > V_I(xy)$

となり一概に独立として取り扱えないことがわかった。

4. モデル式に適用

目的別総トリップ数推計段階への適用法をのべる。前段階でもとめた各職業別人口の期待値 $\bar{P}_j$ と分散 $V(P_j)$ と、新たにデータとして目的別職業別1日1人当りパーソントリップ数の真値 $\mathring{t}_j^a$ と分散 $V(\mathring{t}_j^a)$ を与え目的別総トリップ数の推計値分布を追跡してみる。まず分布の期待値 $\bar{t}_j^a$ を算出するにあたり、前述の偏り α なる値をもとに、$\bar{t}_j^a = \mathring{t}_j^a(1+\alpha)$ とする。次に分散に関しては目的別総トリップ数 T^a に関するモデル式が $T^a = \sum_j P_j t_j^a$ であるため積の分散式と和の分散式が必要である。又、式中の相関係数 $\rho_1, \rho_2, \rho_{jk}$ に関し、各職業別人口と目的別職業別1人1日当りトリップ数の1次と2次の相関係数と、各職業間の目的別トリップ数の相関係数を類似した都市形態を有する地域からデータを入手して算出することができる。ここで使用する相関係数は、モデル式を構成する変数間の相関係数の高いものの差なく使用することが本来の意味であるが、相関係数をあまり厳密なものとして扱うことは、集積されたデータの量が、それに見合うものかどうか疑問である。そこで性格の類似したデータの傾向を目安的に取り扱うことにする。以上のことにより目的別総トリップ数の推計値がもつ分布形状を知ることができる。

次に目的別ODトリップの周辺分布推計段階においては、新たにゾーンへのトリップ割合率の真値 $\mathring{S}_k^a$ と分散 $V(S_k^a)$ を与えることにより前段階同様にゾーンへのトリップ割合率の期待値 $\bar{S}_k^a$ を算出するのであるが、制約条件式 $\sum_k S_k^a = 1$ があるため単に偏り α を考慮しただけでは満足されない。そこで修正として $\bar{S}_k^a = \frac{S_k^a}{\sum_k S_k^a}$ なる式で満足される。次に分散を求めるにあたり、ここでも $V(T^a) = V(\sum T^a S_k^a)$ なる制約条件が満足されなければならないために $V(S_k^a)$ の値の修正計算が必要である。分散に関してもともと変動係数を与えることにより算出している。これは修正に関し一応なる妥当な値を初期値として与えやすい利点があるからである。参考までに変動係数とは $CV(x) = \frac{\sqrt{V(x)}}{E(x)}$ で表わされ、期待値を知れば容易に分散をもたらすことができる。修正の話しにかえると、この変動係数に γ を乗じて一律的に制約条件式を満足するように変化させるくりかえし計算を行なえばよい。このようにしてモデル式から交通施設計画まで達したとき、真値が示した交通施設規模をいかに言い得ているかを知ることができ、信頼性を評価することになるのである。

5. 数値計算例　具体的計算例は当日発表する予定である。

6 参考文献

福井修　関係数推定方法に誤りがある場合の交通需要推計誤差とその影響分析，昭和52年
土木学会中部支部