Ⅳ－6

カルマンフィルターを用いた道路交通量の動的推定法

信州大学工学部　学生員　○高林　馨
信州大学工学部　正員　奥谷　巌

1 はじめに

交通流を巨視的に見ると、交通流の時間的変化はある法則に従っていると考えられる。が、その現象は多種多様な要因が複雑に影響をおよぼしあって生じた結果であり、客観的に明確な法則性をみいだすのは容易なことではない。

カルマンフィルター理論は巨視的な観点から観測量の変化に応じて動的予測を行なうもので、道路網の交通状態推定にも適用できることはすでに述べたところである（参考文献2）。前回は、各状態移行のさいのパラメーターは時間的変化をしないと仮定して推定したが、本文では、まずパラメーターの最適推定を行なって最適影響係数を求め、求めた最適影響係数により交通状態の推定を行なうようにあらためた。したがって、各状態移行に要する時間を一定とした仮定も陰に解消されることになり、一番の効果が期待できる。なお、本文では状態量として交通量をとった。

2. 最適推定値の計算方法

最適推定とは状態量の推定値と状態量との誤差の分散を最小にする最小分散推定を意味する。

システムの状態方程式、観測方程式が

$$x(t+1)=\Phi(t)x(t)+\Gamma(t)u(t)+w(t) \quad (2\cdot1)$$

$$y(t)=\theta(t)x(t)+e(t) \quad (2\cdot2)$$

で表わされるとき、最適推定値$\hat{x}(t+1)$の計算手順はつぎのとおりである。

$$\hat{x}(t+1)=\Phi(t)\hat{x}(t)+\Gamma(t)u(t) + K(t)[y(t)-\theta(t)\hat{x}(t)] \quad (2\cdot3)$$

$$K(t)=\Phi(t)P(t)\theta^T(t)[\theta(t)P(t)\theta^T(t)+R_2]^T \quad (2\cdot4)$$

$$P(t+1)=[\Phi(t)-K(t)\theta(t)]P(t)\Phi^T(t)+R_1 \quad (2\cdot5)$$

x；n次元状態量ベクトル　u；時刻により変動する既知のr次元入力ベクトル　w；n次元ガウス白色雑音ベクトル、平均値0、共分散R_1　Φ、Γ；$n\times n$，$n\times r$の状態変換行列　y：m次元観測量ベクトル（$m\leq n$）　θ；$m\times n$の変換行列　e；観測量にはいるm次元ガウス白色雑音ベクトル、平均0，共分散R_2　K；カルマンゲインマトリクス　P；推定誤差の分散共分散行列（$n\times n$）、初期値R_0　である。（2・3）式、（2・4）、（2・5）を繰り返すことにより、逐時最適推定値$\hat{x}$が得られる。

3. 最適影響係数の誘導と計算方法

最適影響係数とは、最適推定の規準にもとづいて算出された影響係数と定義する。

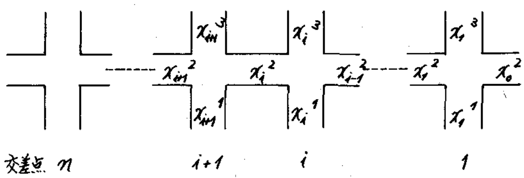


図3・1　a

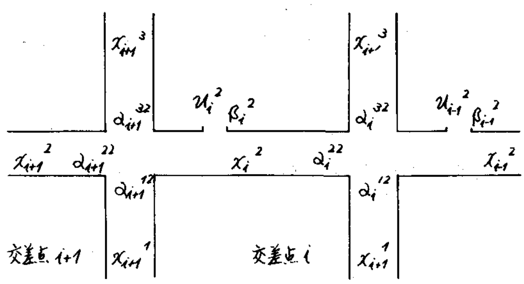


図3・1　b

時刻tにおける、交差点i、リンク1の交通量を$x_i^1(t)$とする（図3・1 a）。$u_i^2(t)$は交差点iの2リンクに時刻$(t+1)$のときに直接流入する既知の交通量とし、$\beta_i^2(t)$を$u_i^2(t)$が$x_i^2(t+1)$に及ぼす影響係数とする。$x_i^1(t)$の$x_{i-1}^2(t+1)$へ

の影響係数は $\alpha_i^{12}(t)$ とする。時刻 $(t+1)$，交差点 i、リンク2の交通量 $x_i^2(t+1)$ は、時刻 t 以前の各リンク交通量とリンク2への影響係数との積、各リンクに直接流入してくる既知の量とその影響係数との積、リンクに偶然発生した量との和と考えられるから、一般につぎのように表わすことができる（図3·1 b）。

$$
\begin{aligned}
x_i^2(t+1) = {} & \beta_i^2(t)u_i^2(t) + w_i^2(t) + \sum_m \{ \alpha_m^{12}(t)x_m^1(t) \\
& + \alpha_m^{12}(t-1)x_m^1(t-1) + \alpha_m^{12}(t-2)x_m^1(t-2) + \cdots\cdots \\
& + \alpha_m^{12}(t-k)x_m^1(t-k) + \alpha_m^{22}(t)x_m^2(t) + \alpha_m^{22}(t-1)x_m^2(t-1) \\
& \cdots\cdots + \alpha_m^{32}(t)x_m^3(t) + \alpha_m^{32}(t-1)x_m^3(t-1) + \cdots\cdots \\
& + \beta_m^2(t)u_m^2(t) + \beta_m^2(t-1)u_m^2(t-1) + \cdots\cdots \}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
i &= 0, 1, 2, 3, \cdots\cdots n \\
m &= i+1, i+2, \cdots\cdots n
\end{aligned}
\qquad (3\cdot1)
$$

ここで、あらたにつぎの状態変数を設けて

$$
{}^{*}x(t+1) = x(t),\ {}^{2*}x(t+1) = {}^{*}x(t),\ \cdots,\ {}^{(j+1)*}x(t+1) = {}^{j*}x(t),\ \cdots
$$

$$
{}^{*}u(t+1) = u(t),\ {}^{2*}u(t+1) = {}^{*}u(t),\ \cdots,\ {}^{(j+1)*}u(t+1) = {}^{j*}u(t),\ \cdots
$$

とし、影響係数 α, β についても添字をつけて同じ意味をもたせ、（3·1）式を書きかえる。

$$
\begin{aligned}
x_i^2(t+1) = {} & \beta_i^2(t)u_i^2(t) + w_i^2(t) + \sum_m \{ \alpha_m^{12}(t)x_m^1(t) \\
& + {}^{*}\alpha_m^{12}(t)\,{}^{*}x_m^1(t) + {}^{2*}\alpha_m^{12}(t)\,{}^{2*}x_m^1(t) + \cdots\cdots \\
& + {}^{k*}\alpha_m^{12}(t)\,{}^{k*}x_m^1(t) + \alpha_m^{22}(t)x_m^2(t) + {}^{*}\alpha_m^{22}(t)x_m^2(t) \cdots \\
& \cdots\cdots + \alpha_m^{32}(t)x_m^3(t) + {}^{*}\alpha_m^{32}(t)\,{}^{*}x_m^2(t) + \cdots\cdots \\
& + \beta_m^2(t)u_m^2(t) + {}^{*}\beta_m^2(t)\,{}^{*}u_m^2(t) + \cdots\cdots \}
\end{aligned}
$$

$$
m = i+1, i+2, \cdots\cdots n \qquad (3\cdot2)
$$

よって、すべての状態量を1階の線形結合で表わすことができ、状態方程式は次のようになる。

$$
X(t+1) = \Phi(t)X(t) + G(t)U(t) + W(t) \qquad (3\cdot3)
$$

状態変換行列 Φ, G の第 i 行の成分は

$$
\begin{aligned}
\Phi_i(t) = \{ & 0\ 0\ 0 \cdots\cdots\quad \alpha_i^{12}(t)\ {}^{*}\alpha_i^{12}(t)\ {}^{2*}\alpha_i(t) \cdots \\
& \cdots\ \alpha_i^{22}(t)\ {}^{*}\alpha_i^{22}(t)\ {}^{2*}\alpha_i^{22}(t) \cdots\ \alpha_i^{32}(t)\ {}^{*}\alpha_i^{32}(t) \cdots \\
& \cdots\ \alpha_{i+1}^{12}(t)\ {}^{*}\alpha_{i+1}^{12}(t) \cdots\cdots\ \alpha_{i+1}^{22}(t)\ {}^{*}\alpha_{i+1}^{22}(t) \cdots \\
& \cdots\ \alpha_{i+1}^{32}(t)\ {}^{*}\alpha_{i+1}^{32}(t) \cdots\cdots \}
\end{aligned}
$$

$$
G_i(t) = \{ 0\ 0\ 0 \cdots\cdots\ \beta_i^2(t)\ {}^{*}\beta_{i+1}(t)\ {}^{2*}\beta_{i+2}(t) \cdots \}
$$

となり、一般形は

$$
\Phi(t) = \begin{bmatrix} \varphi_{11}(t) & \varphi_{12}(t) & \cdots\cdots & \varphi_{1S}(t) \\ \varphi_{21}(t) & \cdots\cdots & & \varphi_{2S}(t) \\ \cdots\cdots & & & \cdots \\ \varphi_{S1}(t) & \cdots\cdots & & \varphi_{SS}(t) \end{bmatrix} \qquad (3\cdot4)
$$

$$
G(t) = \begin{bmatrix} g_{11}(t) & g_{12}(t) & \cdots\cdots & g_{1r}(t) \\ g_{21}(t) & \cdots\cdots & & g_{2r}(t) \\ \cdots\cdots & & & \cdots \\ g_{S1}(t) & \cdots\cdots & & g_{Sr}(t) \end{bmatrix} \qquad (3\cdot5)
$$

とする。ここで最適影響係数を求めるために状態方程式を変形する。$\Phi(t)$, $G(t)$ の各要素を一列にならべて影響係数ベクトル $h(t)$ をつくる。

$$
\begin{aligned}
h^T(t) = \{ & \varphi_{11}(t)\ \varphi_{12}(t) \cdots\ \varphi_{1S}(t)\ \varphi_{21}(t) \cdots\cdots \varphi_{SS}(t) \\
& g_{11}(t) \cdots g_{21}(t) \cdots\cdots\ g_{Sr}(t) \}
\end{aligned}
\qquad (3\cdot6)
$$

さらに $X(t)$, $U(t)$ からなる行列 $M(t)$ をつくれば

$$
M(t) = \begin{bmatrix} X^T(t) & 0 & U^T(t) & 0 \\ & \ddots & & \ddots \\ 0 & X^T(t) & 0 & U^T(t) \end{bmatrix} \qquad (3\cdot7)
$$

状態方程式は次のように書きかえられる。

$$
X(t+1) = M(t)h(t) + W(t) \qquad (3\cdot8)
$$

$y(t) = X(t+1)$ とおき、あらたな観測方程式とする。

$$
y(t) = M(t)h(t) + w(t) \qquad (3\cdot9)
$$

一方、$h(t)$ は時変数系の状態変換行列 $\Psi(t)$ により移行するものとし、偶然変動をも考慮して

$$
h(t+1) = \Psi(t)h(t) + v(t) \qquad (3\cdot10)
$$

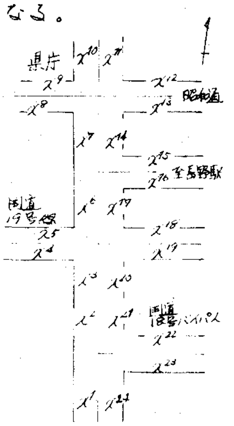
上式が影響係数の状態方程式になる。

よって、推定計算手順とまったく同様にして最適影響係数を求めることができ、求めた係数を用いて（2·1）式で表わされる状態方程式を構成し、推定を行なうことになる。

4. 適用例

長野市の街路に応用してみた。進行可能な方向および状態量は右図のとおりである。

システムの詳細な説明計算結果は当日発表する。



参考文献　1). 相良：同定問題：講義 最近の制御理論シリーズⅡ

2). 高林 奥谷：街路網交通状態の一推定法について：第32回土木学会全国大会講演概要集