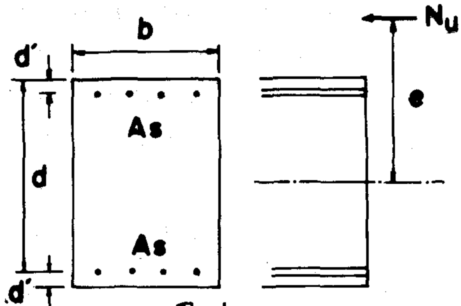
ＲＣ柱断面の最適終局強度設計

信州大学工学部　正員　○小山　健
信州大学工学部　正員　長　尚

1. まえがき

先に鉄筋コンクリート柱断面の最適許容応力度設計について発表した[1]が，今回は最適終局強度設計について報告する。なお対象とする断面は比較的良く用いられる対称鉄筋長方形断面で，終局時の破壊形式は引張破壊の場合とする。

2. 定式化および最適化計算



図－1

一般に図－1に示すような対称鉄筋長方形断面を，終局強度設計法によって設計する場合，予め与えられるか仮定されるものは，終局軸力N_u，偏心距離e，幅b，鉄筋の図心から縁端までの距離d'の有効高さdに対する比，コンクリートの円柱供試体の強度σ_c'および鉄筋の降伏点σ_{sy}であり，求めるものは有効高さdおよび鉄筋量A_sである。ここでは最適解が具体的なb，e，N_uの値に無関係な係数として求められるように，$d=HN/b$ ----(1)，$A_s=pbd$ ----(2)，$\alpha=be/N_u$----(3)とおき，式(1)，(2)中のHおよびpを設計変数とする。図－1の状態の引張破壊時の許容終局軸力N_uは次式で表わされる。$N_u=\frac{1}{\phi}k_1k_3\sigma_c'/(2k_2)[0.5(1+f)-e/d+\sqrt{\{0.5(1+f)-e/d\}^2+4k_2\sigma_{sy}(1-f)p/(k_1k_3\sigma_c')}]$ ----(4)　ここに，ϕ：強度減少係数，k_1，k_2，k_3：定数，$f=d'/d$である。この式(4)を設計変数H，pを用いて表わすと次のようになる。$pH^2+a_1H-a_2=0$ ----(5)　ここに，$a_1=0.5(1+f)/\{\phi\sigma_{sy}(1-f)\}$----(6)，$a_2=\{\alpha+k_2/(\phi k_1k_3\sigma_c')\}/\{\phi\sigma_{sy}(1-f)\}$-----(7)である。一般に鉄筋費には上下限値（p_l，p_u）が次のように設けられる。$p_l\leqq p\leqq p_u$ ----(8)　式(5)および(8)がこの最適設計問題の制約条件である。次に目的関数は，これまで発表した，はりおよび柱断面の最適設計の場合[1)~4)]と同様に，コンクリートと鉄筋の費用の和が最小となるようにするものとすれば，次式のようになる。$z=(1+f+2pq)H\rightarrow min.$-----(9)　ここに$q$はコンクリートの単価に対する鉄筋の単価の比である。ここで式(8)の制約条件を除いて考えれば，この最適設計問題はラグランジュの未定乗数法により解くことができる。まずラグランジュ関数Lは次のようになる。$L\equiv(1+f+2qp)H-\lambda(pH^2+a_1H-a_2)\rightarrow min.$---(10)　$\partial L/\partial H=0$，$\partial L/\partial p=0$　および式(5)よりp，Hを求め，これらをp^m_{opt}，H^m_{opt}とすると次のようになる。$p^m_{opt}=(1+f)/(2q)[1-\sqrt{q(1+f)/\{2\sigma_{sy}(1-f)(\alpha\phi+k_2/(k_1k_3\sigma_c'))\}}]$ ----(11)　$H^m_{opt}=(1+f)q/\{\phi\sigma_{sy}(1-f)(1+f-2q\,p^m_{opt})\}$-----(12)　ところで式(8)の制約条件も考慮に入れると，最適鉄筋比p_{opt}は次のようになる。$p_{opt}=p_l$（$p^m_{opt}<p_l$のとき），p^m_{opt}（$p_l\leqq p^m_{opt}\leqq p_u$のとき），$p_u$（$p^m_{opt}>p_u$のとき）----(13)　p_{opt}がp_lもしくはp_uのときはH_{opt}としてH^m_{opt}は用いられないから，一般的に式(5)から求まるものを用いると，最適係数H_{opt}は次のようになる。$H_{opt}=[-(1+f)+\sqrt{(1+f)^2+16p_{opt}\phi\sigma_{sy}(1-f)\{\alpha+k_2/(\phi k_1k_3\sigma_c')\}}]/\{4p_{opt}\phi\sigma_{sy}(1-f)\}$ ----(14)　ただし破壊形式

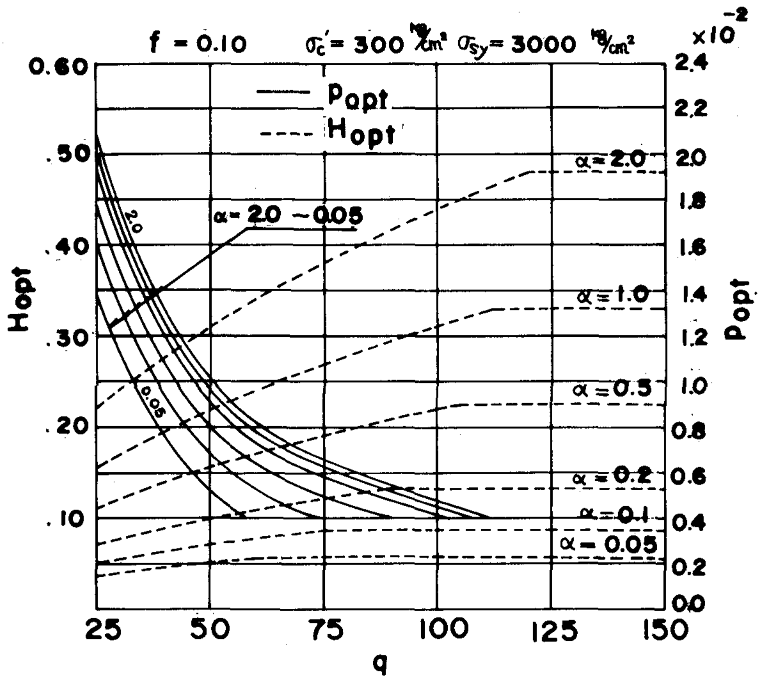
が引張破壊であるためには，N_uはつりあい軸力N_bより小さくなければならない。$N_b = k_1 k_3 \sigma_c' \{6300/(6300+\sigma_{sy})\} bd$ ----(15)　この式(15)と(3)とから，$N_u \leqq N_b$ の条件は次のようになる。$H_{opt} \geqq (6300+\sigma_{sy})/(6300 k_1 k_3 \sigma_c')$ ---(16)　したがって式(16)が成立しない場合は，式(13)，(14)は使用できない。

3. 計算例

$N_u = 45$ t，$e = 1$ m，$b = 0.5$ m，$\sigma_c' = 240$ kg/cm²，$\sigma_{sy} = 3000$ kg/cm²，$k_1 = k_3 = 0.85$，$k_2 = 0.425$，$f = 0.15$，$\phi = 0.7$，$p_l = 0.004$，$p_u = 0.03$，$q = 75$ の場合は次のようになる。$\alpha = 1/9$，$p_{opt}^m = 0.004147$，$p_l < p_{opt}^m < p_u$ であるから $p_{opt} = p_{opt}^m = 0.004147$。$H_{opt} = 0.09152$，$H_{opt} > (6300+\sigma_{sy})/(6300 k_1 k_3 \sigma_c') = 0.0085$ であるから引張破壊である。したがって式(1)，(2)より所要の最適有効高さ d_{opt}，最適鉄筋量 A_{sopt} は次のように求まる。$d_{opt} = 82.4$ cm，$A_{sopt} = 17.1$ cm²。この例において $q = 50$ とすると結果は次のようになる。$d_{opt} = 67.3$ cm，$A_{sopt} = 24.2$ cm²。$q = 25$ の方が，相対的に鉄筋の単価が安いので，$q = 75$ の場合に比べてコンクリートの断面は減り（約20％減），逆に鉄筋量は増えている（約40％増）。

4. 計算図表例

本法では，N_u，b，eの値が具体的になくても，σ_c'，σ_{sy}，α，qが与えられれば，P_{opt}，H_{opt}が求まるので，予めこれら係数の計算結果を図表にまとめることができる。図－2にその一例を示す。この図において，k_1，k_2，k_3，ϕ，p_l，p_uなどの定数は3の計算例と同じである。なおこれまでにも述べてきた[2)~4)]ように，本法による断面決定が構造全体として最も経済的になるとは必ずしも云えない。したがって本法の結果は一つの設計基礎資料として利用されるべきものであることを断っておく。



図－2

参考文献　1) 今尾，長，古川：鉄筋コンクリート柱断面の最適許容応力度設計，昭和50年度中部支部発表会，2) 長：鉄筋コンクリート長方形はり断面の最適許容応力度設計，土木学会論文報告集 250号，3) 長：鉄筋コンクリートT形はり断面の最適設計，土木学会論文報告集 258号，4) Chou, T. : Optimum Reinforced Concrete T-Beam Sections, Proc. ASCE, Vol 103, NO. ST8.