

保証荷重による構造部材の強度の推定に関する一考察

石川工業高等専門学校 正会員 ◦ 出村 穂典
金沢大学工学部 正会員 小堀 為雄

1. まえがき

構造物の信頼性解析には、構成している部材強度の不確かさを表わす確率分布が大きな役割を持っている。一般に部材強度は多くの要素に関係しており、部材強度の分布もこれらの要素のばらつきの分布より誘導される。ところがこのような要素の中にはそのばらつきの特性が正確に把握されないものも多く含まれ、部材強度全体としての確率分布も不正確となり、構造物の信頼性の計算に大きな障害になっている。本研究は、このような部材強度の確率分布の中の不明な部分を、載荷実験における実験荷重や構造物が過去に受けたことのある荷重などのいわゆる保証荷重を利用して推定する手法について考察したもので、1つの考え方を発表する。なお対象としている構造物は、Fig.1に示されるようなシリーズ結合システムにモデル化されるような多部材静定構造物とする。

本解析に用いられる部材強度を表わす確率変数は次式によって与えられると考える。すなわち、 R'

$$R = R' \cdot R'' \quad \text{---- (1)}$$

ばらつきの確率特性が正確に把握されている要素より理論的に誘導された部分を示す確率変数であり、 R' はばらつきの特性が不正確や不明な部分を集約した確率変数であり、本手法は、 R' の分布や未知母数の推定という問題に定式化できる。なお、一般には R' は頻度確率を基礎としており、 R'' は主観確率を基礎としていと考えられる。

2. 解析方法

今回は、 $\delta R'$ は知られているものとし、平均 μR の推定について説明する。統計量は次式のような最小値大を用いる。 $R_1, R_2,$

$$d = \text{MIN}(R_1, R_2, \dots, R_n)$$

---, R_n は R に関する同一の母集団から得られた各部材の強度を示し、 d は、直列結合構造物ではその構造物の強度となる。

そこで実験として構造物へのある荷重の載荷を考え、そして結果として、すべての部材に Δp なる応力が生じたが構造物は破壊しなかったと考える。この実験では最小値大の観測値 d の値は得られないが、 Δp より大きかったことより、観測値 d を確率量と考えればその分布 $g'(d|\mu_R)$ は次式のように表わ

$$g'(d|\mu_R) = \frac{g(d|\mu_R)}{1 - \int_{-\infty}^{\Delta p} g(d|\mu_R) dd} \quad \text{---- (3)}$$

される (Fig.2 参照、 $f_R(r|\mu_R)$ は部材強度 R の密度分布)。

観測値 $g'(d|\mu_R)$ の分布より μ_R を推定するわけだが、 μ_R に関する事前の情報がない場合(Aケース)とある場合(Bケース)に分けられ、前者の場合はネイマン・ピアソンの推定法の適用が妥当であり、後者はベイズの手法が適

当であると考えられる。なお推定は区間推定を考える。

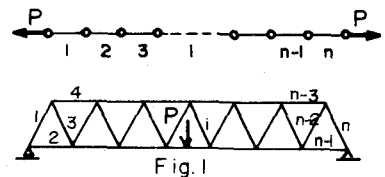


Fig.1

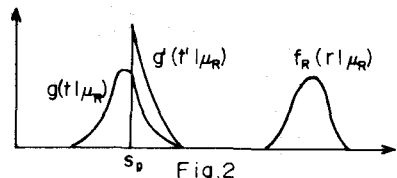


Fig.2

(A) ケース --- ネイマン・ピアソンの区間推定は仮説検定の問題と裏表の関係にあるから、仮説 $H_0: \mu_R < \mu_{R,2}$, 対立仮説 $H_1: \mu_R > \mu_{R,2}$ とすれば, μ_R の下限値 $\mu_{R,2}$ が推定される。そこで, $\alpha > \alpha_p$ を棄却領域と設定すれば, 第1種過誤 α_1 , 第2種過誤 α_2 はそれぞれ次

$$\alpha_1 = \int_{\alpha_p}^{\infty} g(t|\mu_R) dt, \quad \alpha_2 = \int_{-\infty}^{\alpha_p} g(t|\mu_R) dt \quad \text{--- (4)}$$

式で表わされる (Fig. 3 参照)。 $g'(t'|\mu_R)$ の分布は μ_R が決定されないことと定まらないが, $\alpha > \alpha_p$ であるから, 実験の結果から危険率 α をもって棄却されることになる。なお, 第2種過誤 α_2 は, このような場合にはそれほど重要視される必要がないと考えられ, 適当な α_1 に対する下限値 $\mu_{R,2}$ が求められる。

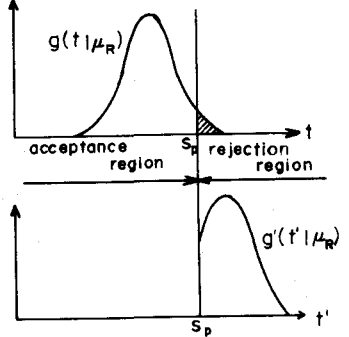


Fig. 3

(B) ケース --- 平均 μ_R の事前分布を $W(\mu_R)$ とする。 μ_R が与えられれば (3) 式より観測値 t の分布 $g'(t'|\mu_R)$ が得られる (Fig. 4 参照)。そして, $g'(t'|\mu_R)$ と $W(\mu_R)$ より t の周辺分布 $g'(t)$ が次式から得られる。よってこの周辺分布 $g'(t)$ より保証荷重

$$g'(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g'(t'|\mu_R) W(\mu_R) d\mu_R \quad \text{--- (5)}$$

荷後の μ_R の事後分布 $W'(\mu_R)$ は次式によって求められる。

$$W'(\mu_R) = \int_{\alpha_p}^{\infty} g(\mu_R|t) g'(t) dt \quad \text{--- (6)}$$

なお, 上式の $g(\mu_R|t)$ は $g(t|\mu_R)$ より得られる観測値 t が与えられたときの μ_R の尤度関数である。

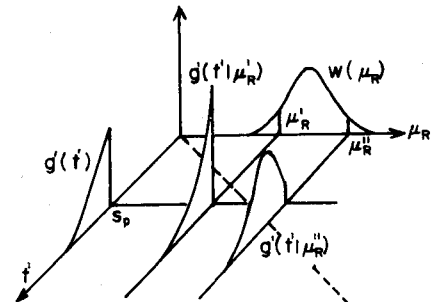


Fig. 4

計算結果を Fig. 5, 6 に示す。Fig. 5 は A ケースの計算結果で, 部材数 n が増加したときの下限値 $\mu_{R,2}$ の値の変化を示している。なお R の分布は正規分布を採用している。また, Fig. 6 は B ケースの計算結果で, やはり部材数や保証荷重による μ_R の事後分布 $W(\mu_R)$ の変化を示している。なお, 本手法は1つの構造物だけでなく数多く構造物に共通の要素を対象とすれば有効になると考えられる。

参考文献) Ang, H.S. and Cornell, C.A. : Reliability Bases of Structural Safety and Design, Proc. ASCE, Vol. 100, ST-9, pp. 1755~1769, 1974

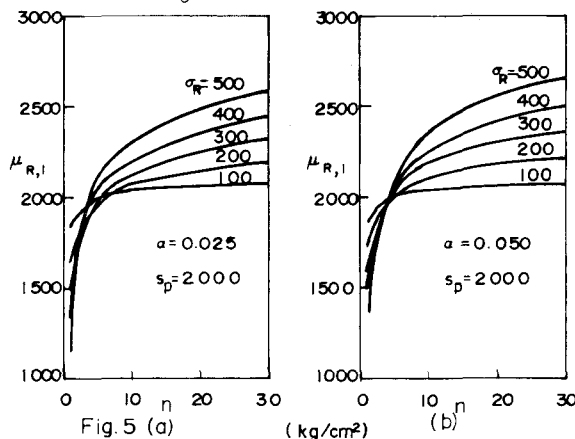


Fig. 5 (a)

(b)

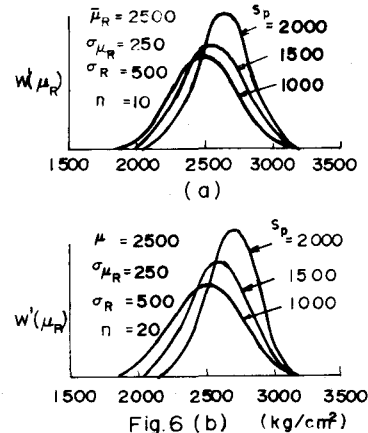


Fig. 6 (b)