H形鋼柱の最適断面形状

金沢大学工学部　正　吉田　博
石川工専　正 ○前川幸次

1．まえがき

中心軸圧縮荷重を受けるH形鋼柱が強度を失う原因としては，圧潰，曲げ座屈，ねじり座屈，局部座屈を考える事ができる。曲げ座屈強度と局部座屈強度は断面構成上，相反する性質をもつ。一方，ねじり座屈強度は，曲げ座屈，局部座屈強度のいずれに対しても断面構成上　相反する性質をもつとは言えない。

本研究では，曲げ座屈，ねじり座屈，局部座屈の内，二つあるいは三つが等しく，他がそれ以上であるとき合理的な断面であるとして，任意の　荷重，柱長，有効長さ係数　が与えられたときの断面形状の決定方法について述べるものである。

2．解析方法

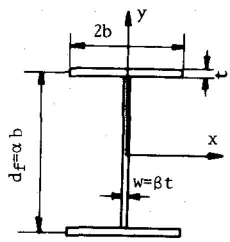

Fig-1

図－1に示すようにH形断面のフランジ幅を2b，フランジ厚さをt，フランジ中心間距離をd_f，ウェブ厚さを$w=\beta t$　とする。強軸，弱軸まわりの曲げ座屈およびねじり座屈に関する有効長さ係数をk_x，k_y，k_z　とし，柱長をLとすれば，曲げ座屈応力度$\sigma_{cr})_x$，$\sigma_{cr})_y$，ねじり座屈応力度$\sigma_{cr})_z$，局部座屈応力度$\sigma_{cr})_L$はそれぞれ

$$\frac{\sigma_{cr})_x}{\sigma_Y}=\frac{\pi^2 C_1}{C_3}\cdot\frac{1}{\xi_x^2} \quad \cdots \quad (1), \qquad \frac{\sigma_{cr})_y}{\sigma_Y}=\frac{\pi^2 C_2}{C_3}\cdot\frac{1}{\gamma_y^2\,\xi_x^2} \quad \cdots \quad (2)$$

$$\frac{\sigma_{cr})_z}{\sigma_Y}=\frac{1}{C_1+C_2}\left\{\frac{C_5}{2.6\lambda^2}+\frac{\pi^2 C_4}{\gamma_z^2\,\xi_x^2}\right\} \cdots (3), \qquad \frac{\sigma_{cr})_L}{\sigma_Y}=\frac{\pi^2 k}{12(1-\nu^2)}\cdot\frac{1}{\lambda^2} \quad (4)$$

と表わされる。ここに，σ_Y：降伏応力，ν：ポアソン比，ε_Y：降伏ひずみ，k：フランジおよびウェブの連成を考慮した局部座屈係数である。またξ_xとλは式(5)で定義され，$C_1\sim C_5$は　H形鋼を薄肉構造と考えれば，近似的に式(6)で表わせる。

$$\xi_x=k_x\sqrt{\varepsilon_Y}\cdot L/b \quad , \quad \lambda=\sqrt{\varepsilon_Y}\;b/t \quad , \quad \gamma_y=k_y/k_x \quad , \quad \gamma_z=k_z/k_x \qquad (5)$$

$$C_1=\alpha^2(1+\alpha\beta/12)=I_x/b^3t \quad , \quad C_2=4/3=I_y/b^3t \quad , \quad C_3=4+\alpha\beta=A/bt$$

$$C_4=I_y\,(d_f/2)^2=\alpha^2/3=I_w/b^5t \quad , \quad C_5=(4+\alpha\beta^3)/3=K_T/bt^3 \qquad (6)$$

ここに　I_x，I_yはx，y軸まわりの断面二次モーメント，A，I_w，K_T　はそれぞれ断面積，そり二次モーメント，St. Venant のねじり定数である。

x軸の曲げ座屈強度P_xと局部座屈強度P_Lにだけ注目し，柱の耐力（降伏荷重は考えない）をP_bとし後座屈強度はないとする。断面積A，形状パラメーターα，βを一定とし　$X=P_x/P_L$とすれば，簡単な計算の後，P_bとXの関係は図－2(a)のようである。この場合　$X=1.0$　即ち$P_x=P_L$のとき最大の耐力を示す。また　ねじり座屈強度P_zと局部座屈強度P_Lにだけ注目し，$X'=P_z/P_L$としたときは，P_bと

Xの関係は図-2(b)のようである。$X'=1.0$ 即ち $P_z=P_L$ のとき最大の耐力を示さず $X'=X_1'$ で耐力が無限大になるかのように思われる。しかし X_1' 付近では板厚が極端に厚く、フランジ幅およびウェブ高は小さくなり小さい荷重で曲げ座屈を生ずる可能性がある。このような各座屈強度間の性質を考慮し、次の五つのケースの内 どれか1つが最も合理的な断面形状を与えるものと考えた。

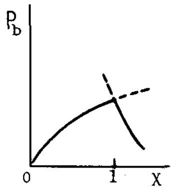

Fig-2(a)

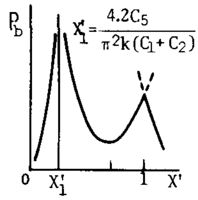

Fig-2(b)

(I) $\sigma_{cr})_x=\sigma_{cr})_L$ ただし $\sigma_{cr})_y$ and $\sigma_{cr})_z \ge \sigma_{cr})_x$

(II) $\sigma_{cr})_y=\sigma_{cr})_L$ ただし $\sigma_{cr})_x$ and $\sigma_{cr})_z \ge \sigma_{cr})_y$, (III) $\sigma_{cr})_z=\sigma_{cr})_L$ ただし $\sigma_{cr})_x$ and $\sigma_{cr})_y \ge \sigma_{cr})_z$

(IV) $\sigma_{cr})_x=\sigma_{cr})_z$ ただし $\sigma_{cr})_y$ and $\sigma_{cr})_L \ge \sigma_{cr})_x$, (V) $\sigma_{cr})_y=\sigma_{cr})_z$ ただし $\sigma_{cr})_x$ and $\sigma_{cr})_L \ge \sigma_{cr})_y$

式(4)の座屈係数kは図-3のように有限帯板法を用いて求められている。β, γ_y, γ_z を固定し、あるα値について上の5ケース中 少なくとも1つが成立する。いま(I)について検討しよう。即ち式(1)と(4)を等値し, $\lambda=\sqrt{kC_3/12(1-\nu^2)C_1}\,\xi_x$ (7) を得る。また式(5)よりb, tは, ξ_x, λで表わせるから断面積 $A=C_3bt$ (6) は

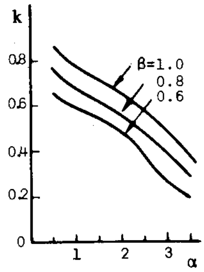

Fig-3

$$A=C_3\frac{K_x^2\varepsilon_Y^{3/2}L^2}{\xi_x^2\lambda} \Longrightarrow \bar{A}=\frac{A}{K_x^2\varepsilon_Y^{3/2}L^2}=\frac{C_3}{\xi_x^3}\sqrt{\frac{12(1-\nu^2)C_1}{kC_3}} \qquad (8)$$

$$荷重\ P=A\cdot\sigma_{cr})_x \Longrightarrow \bar{P}=\frac{P}{K_x^2E\varepsilon_Y^{5/2}L^2}=\frac{\pi^2C_1}{\xi_x^5}\sqrt{\frac{12(1-\nu^2)C_1}{kC_3}} \qquad (9)$$

任意の $\bar{P}$(一定値)注1) について式(9)の ξ_x を求め, この ξ_x について(I)のただし書きの成否を調べる。成立する場合式(8)によって $\bar{A}$ を求める。(II)〜(V)についても式(7)(8)(9)に類似した形で, λ, $\bar{A}$, $\bar{P}$ と ξ_x の関係が得られ, 同じ $\bar{P}$ について ξ_x を求め, それぞれただし書きが成立した場合 $\bar{A}$ を求める。得られた $\bar{A}$ の内最小値を与えるケースNO.をそのときのα値に対する解とする。種々のα値について繰り返せば, γ_y, γ_z に対して $\bar{A}$(面積を代表する)が 最小となるα値とケースNO. がわかる。仮に(γ_{y0}, γ_{z0})に対しては, $\alpha=\alpha_0$ とケースNO.(I)が断面積を代表する $\bar{A}$ を最小にするものとしよう。式(5)より $b=k_x\sqrt{\varepsilon_Y}L/\xi_x$, $t=\sqrt{\varepsilon_Y}b/\lambda$, 式(7), (9) を用いて, フランジ幅と厚さは次のように表わされる。

$$b=k_x^{3/5}L^{3/5}P^{1/5}E^{-1/5}\left[\left(\pi^2C_1\sqrt{\frac{12(1-\nu^2)C_1}{kC_3}}\right)^{-1/5}\right] , \quad t=k_x^{1/5}L^{1/5}P^{2/5}E^{-2/5}\left[\sqrt{\frac{12(1-\nu^2)C_1}{kC_3}}\cdot\left(\pi^2C_1\sqrt{\frac{12(1-\nu^2)C_1}{kC_3}}\right)^{-2/5}\right] \qquad (10)$$

さまざまな(γ_y, γ_z)の組合せに対しては, α値, ケースNO. は異なってくるが, b, tは式(10)と類似の形で表わされ, [ ]内の値はその都度計算しておくと, γ_y, γ_z をパラメーターとしてフランジ幅と板厚に対する係数および, α値を図表化できる。設計荷重P, 柱長L, 有効長さ係数 k_x, k_y, k_z が与えられた場合, $\gamma_y=k_y/k_x$, $\gamma_z=k_z/k_x$ に対して表から式(10)の[ ]に相当する数値とα値を読み, 式(10)に代入すれば断面寸法b, t, $d_f=\alpha b$, $w=\beta t$ が得られる。注2) 計算例および問題点については紙面の都合上, 当日発表する。

注1: $\bar{P}$ を一定値として計算に用いれば, 任意であり ケース(I)〜(V)における座屈応力度の大小および $\bar{A}$ の大小の判定に影響しない。

注2: βについても数種類の表を用意しておけば良い。