

○学生員 高村 裕 正会員 吉沢 孝和

まえがき ケーブルの力学特性はその顕著な幾何的非線形性にある。よってその特性を正確には握して設計等に利用する必要がある。

単一ケーブルおよびケーブル構造物などの解析理論に関してはすでに数多くの研究がなされ、貴重な成果が得られている。単一ケーブルの解析に関して特に注目し値するものとして、O'Brien らによる研究がある。ここではカタナリーケーブルを考え、その一端における張力の直交成分を未知量に選び、それが系の幾何適合条件を満足するように反復演算を行なう手法が示されており、その修正法は解の二次的収束を実現させることができる。

一方、ケーブルネットやケーブルトラスなどの引張部材だけを用いた研究も種々発表されている。それらの多くは対象となる構造系をピン結合の骨組構造として解析しており、部材の上に中間荷重が作用するような場合にはそこに新たに節点を設定しなければならないような問題が生ずる。阿井らの発表した理論によればこのような問題は生じないが、応力法に立脚したものであるため、高次の不静定ケーブル構造物の解析に応用する面では難点があるように思われる。

本法は変形法による解法であるが、部材の自重や中間荷重の影響を容易に解析にとり入れることができる。以下の議論においては、部材は引張力のみにより外力に抵抗し、材料特性はフック法則にしたがうという仮定を設ける。

解析理論 座標系は右手系を採用し、座標軸は

Y 軸を鉛直下方に向ける。いま図 1

に示すような任意の荷重を受けるケーブルを考える。集中荷重の作用点および分布荷重や断面積、材料特性の変化する点で区切られるケーブル要素をケーブルセグメントと呼ぶ。任意のセグメントにおいてその部材力の微小変化に対する幾何投影長の変化は次式によって与えられる：

$$\mathbf{d} = \mathbf{f} \cdot \mathbf{t} \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{d}$ = 幾何投影長の変化量、 $\mathbf{t}$ = 部材力の変化量、 $\mathbf{f}$ = 接線フレキシビリティマトリクスであり、次数は 3 行 3 列で各要素の値はチェーン、カタナリーの場合について表 1 に示すものとなる。

表 1 接線フレキシビリティマトリクスの要素

	$f_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3$
Chain	$-\frac{T_i T_j}{T^3} S_0 \quad (i \neq j) \quad , \quad \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{EA} - \frac{T_i T_j}{T^3} \right) S_0 \quad (i = j)$
Catenary	$\lambda_{1j} (C_{11} \lambda_{1i} + C_{12} \lambda_{2i}) + \lambda_{2j} (C_{12} \lambda_{1i} + C_{22} \lambda_{2i}) + x_{t1} \lambda_{3j} \lambda_{3i} / T_{t1}$ $C_{11} = \frac{x_{t1}}{T_{t1}} - \frac{1}{w_r} \left(\frac{T_{t2}}{T_t} - \frac{T_{t2}^2}{T_t^2} \right), \quad C_{12} = \frac{T_{t1}}{w_r} \left(\frac{1}{T_t} - \frac{1}{T_t^2} \right), \quad C_{22} = -C_{11} + \frac{x_{t1}}{T_{t1}} + \frac{S_0}{EA}$

表 1 において、 T = 材端張力、 S_0 = ケーブルの無応力長、 E = 弾性係数、 A = 断面積、 w_r = 分布荷重強度、 λ_{ij} = 座標変換マトリクスの要素、 x = 幾何投影長、添字 1, 2, 3 はそれぞれ x, y, z 方向成分であることを示し、 t は変換座標系における値であること、および $(\cdot), (\cdot')$ はセグメントの左端、右端の値であることを示す。各セグメントにおける部材力は任意のセグメントの部材力の一次変換により求めることができるので、それらの増分はすべて等しい。よって部材力増分と系全体の幾何投影長の変化量との

関係は次式となる：

$$t = s \cdot u$$

ここに、 $s = \sum f_1^{-1}$ 、 $u = \sum d_1$ = 系全体の幾何投影長の変化量、1 = セグメント番号である。 s の要素はケーブル中間の荷重の項を含んでおり、任意荷重を受ける単一ケーブルの接線剛性を与えるものとなる。従来の手法が部材中間の三次元荷重を容易に処理し得なかった点に比し、本法のひとつの特色がここにある。上式を用いて構造系の各節点における平衡条件を処理し、得られた方程式を連立させれば次に示す節点変位に関する基本式を誘導できる：

$$T = S \cdot U$$

(2) 誤差

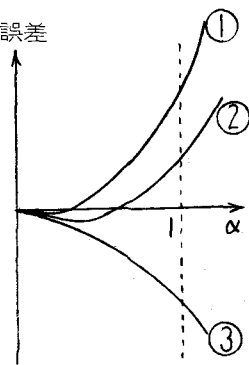


図2 α と誤差の関係

ここに、 T = 不釣り合い力ベクトル、 U = 変位ベクトル、 $S = s$ を要素とする接線剛性マトリクスである。式(3)は既知状態における力と変位の線形化式であるから、上式より得られる節点変位は系のつり合い形状を与えるものとはならない。したがって、計算手順としては、ある不釣り合い力に対して

式(3)より得られる変位量を既知座標に加え、その新座標より求めた不釣り合い力が許容誤差以内に収束するまで反復演算を行なう。構造系が巨大になるほど解の発散をとめないやすくなるので、1より小さい正の係数 α を導入し、式(3)より得られる変位量と α との積を修正値として用いる。 α の値と誤差の関係を図2に示す。両者の関係は曲線1, 2, 3の順序で変化する。すなわち、計算の初期においては最小誤差は α の小さい値に対応し、次第に1に近づき、最終的に $\alpha = 1$ として十分収束していく。よって不釣り合い力を減少するように α を変化させれば解は必ず収束する。しかし実算上は式(3)より得られる変位量に対して最小の誤差を与える α の値は未知量であり、試算的手法によることになる。

計算例 図3に示す十字

立体ケーブルの

表2 十字ケーブルの諸元

各種の荷重条件について述べる。座標原点は中央におく。系の幾何形状に関する諸数値を表2に示す。表3に各種の荷重条件に対する計算結果を示す。表において、a は 20t の鉛直荷重を 6, 7, 8, 9 の各点に作用させた場合、b は 6, 7 点に鉛直荷重 20t が作

	x	y	z	s_0
1	0.0	8.848	-50.0	50.76
2	-50.0	-8.854	0.0	50.76
3	0.0	8.842	50.0	50.76
4	50.0	-8.854	0.0	50.76

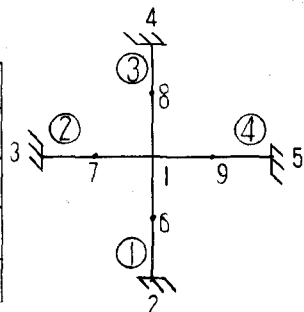


図3 十字立体ケーブル

用した場合、c は x, z 方向に分布荷重 0.262t/m が作用した場合のものである。なお、ケーブルの自重は 0.262t/m である。この計算例ではいずれも $\alpha = 1$ であり、収束も速かった。

表3 各種荷重条件に対する部材力・変位

	a			b			c		
	T_x	T_y	T_z	T_x	T_y	T_z	T_x	T_y	T_z
1	0.0	-162.1	823.4	0.0	-154.2	777.7	-6.6	-155.9	837.6
2	1009.2	162.4	0.0	897.1	142.4	-0.1	915.2	156.3	-6.5
3	0.0	162.2	823.7	0.0	142.5	768.9	6.7	148.7	809.4
4	1009.2	-162.4	0.0	903.1	-153.4	0.1	898.3	-151.2	6.7
du	0.0	0.0132	0.0	0.0	0.0057	0.003	0.0	0.0002	0.002