

構造物の動的強度推定についての一試案

岐阜大学大学院 学生員 〇金 武文
岐阜大学工業短期大学部 正員 井上 肇

地震の構造物への影響を自重×設計震度で求められる力を構造物に水平に作用させることによって、構造物の安定、部材の強度をはかれば耐震的な構造ができると考えたのが震度法である。

設計震度を決定するにあたっては、地域、地盤、構造物の振動特性、構造物の重要度などを考慮に入れているが、本来動力学的な地震の影響を静力学的な荷重に置き換えているのであるから、いかに多くの要因を取り入れても、結局完璧な答は得られない。従っていろいろの震害を検討の結果、合理的に耐震性を確保するためには動的解析によらねばならないものが多いことが認められている。

一般に構造物の動的解析を行なうためには、構造物に対しては最適な数学モデルとその解法および、構造材料の力学的性質を示す最適な物性モデルで確立しなければならぬ。

土木構造物に多く用いられているコンクリートはその載荷速度が大きいき、その強度は大となることが認められており、単軸応力下においては、その最大ひずみは載荷速度にほとんど影響されぬと言われている。

この様な材料を用いた構造物を震度法によらず、動的な応答解析を行ない、その破壊状態(条件)を推定することが必要である。このためには、材料の破壊に至るまでの材料の Stress-Strain Curve を動的な形で把握しなければならぬが、たとえ静的な載荷でも破壊に至るまでには、どんな材料でも非線形を示し、さらに前述の載荷速度により強度が変わるということは材料に粘性が存在することを示しており、この点を考慮した動的な応答解析を行なうためには、物性モデルとして粘弾性(より一般的には非線形粘弾性)を導入しなければならぬ。

実在構造物の多くにみられる様に複雑な境界をもつ構造物の振動問題においては有限要素法あるいはこれらに相当する様な数値解法が有利であると考えられる。しかし構造非線形問題の有限要素法による解析は現在すでに確立されていると考えられるが、あくまでそれは原理的にはである。

具体的には、それは高次の Stiffness Matrix の逆行列を各々の応力段階毎に求めねばならず、そのための計算量は、実に莫大なものとなって、経済性といった問題にぶつかってしまう。

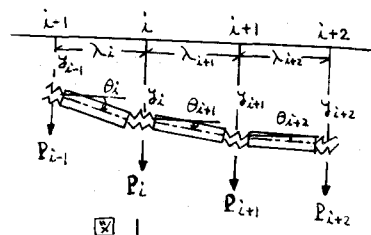
この研究では非線形解析に用いるために着目した、はり要素モデルは、剛体-バネモデルといったもので、はりを用いくつかの任意の長さに分割し、その要素自身は剛体として考え、要素の粘弾性的性質は、要素の両端に考えたバネを介して、他の要素と連結され、これらのバネの変形によつてはりの変形や応力の伝達が行なわれると考えるものである。(図1参照)

剛体-バネモデルへの粘弾性の導入は弾性問題の

$M_i = E_i \cdot Z_i$ の式を $M_i = E_i \cdot D_i^{(n)} \cdot Z_i$ で置き換えて行なう。

ただし M_i , E_i ; 節点 i の曲げモーメント, 剛性マトリックス

$Z_i = [y_{i-1} \quad \theta_{i-1} \quad y_i \quad \theta_i]$ y_i ; i 点のたわみ



E_1 ; E_2 に用いられている動的弾性率に図2のEを代入したもの

$D^{-1}(t)$; 節点nの粘弾性の性質を表現する積分演算子

たとえば粘弾性モデルが図2で示される Maxwell-Kelvin 体の場合は動的弾性率は次の様に表現できる。 $E_0 = E \left[1 - \frac{\gamma}{p+\alpha} - \frac{\delta}{p+\beta} \right]$

ここで上式右辺かっこ内を次の様におく。

$$D^{-1}(t) = 1 - \frac{\gamma}{p+\alpha} - \frac{\delta}{p+\beta} \quad p; \frac{d}{dt}$$

$D^{-1}(t)$ は Maxwell-Kelvin 体に伴う履歴効果を与える積分演算子であり

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ はE, E_1, η, η_1 によって与えられる数値である。

数値計算については計算しようとする全時間を細かい時間間隔 Δt に分解し、任意の時刻tおよびそのときの変位をそれぞれ次の様に表式する。

$t = n \cdot \Delta t$, $z(t) = z^{(n)}$ また $D^{-1}(t) \cdot z$ を計算した場合に生ずる積分項に対して次の様な新変数 $\bar{z}^{(n)}, \bar{\bar{z}}^{(n)}$ を導入する。

$$\begin{aligned} \bar{z}^{(n)} &= \frac{1}{p+\alpha} z^{(n)} = \int_0^{n\Delta t} e^{-\alpha(n\Delta t-\tau)} z(\tau) d\tau = \int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t} e^{-\alpha(n\Delta t-\tau)} z(\tau) d\tau + \int_0^{(n-1)\Delta t} e^{-\alpha(n\Delta t-\tau)} z(\tau) d\tau \\ &\doteq z^{(n)} \int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t} e^{-\alpha(n\Delta t-\tau)} d\tau + e^{-\alpha\Delta t} \int_0^{(n-1)\Delta t} e^{-\alpha\{(n-1)\Delta t-\tau\}} z(\tau) d\tau = \Omega_1 z^{(n)} + e^{-\alpha\Delta t} \bar{z}^{(n-1)} \end{aligned}$$

$$\bar{\bar{z}}^{(n)} \doteq \Omega_2 z^{(n)} + e^{-\beta\Delta t} \bar{\bar{z}}^{(n-1)}$$

$$\text{ここに } \Omega_1 = (1 - e^{-\alpha\Delta t}) / \alpha$$

$$\Omega_2 = (1 - e^{-\beta\Delta t}) / \beta$$

以上により $D^{-1}(t) \cdot z$ は結局次式の様に表式できる。

$$D^{-1}(t) \cdot z = z^{(n)} - \gamma \bar{z}^{(n)} - \delta \bar{\bar{z}}^{(n)}$$

次に動的強度を推定する近似的方法を考える。

コフリートの静的試験における Stress-Strain Curve はおよそ図3(a)のように非線形であるが、これを図3(b)の様に部分的に線形であるとして、折れ線で近似する。

まずは簡単に梁の場合を想定し、近似した応力と歪みの関係より、軸力を一定として、曲げモーメントを最大とする時の ϵ_p (応力が最大のときの歪み) と ϵ_{max} との関係を求め、 ϵ_p を具体的に仮定して ϵ_{max} の値を決定する。この作業をいろいろな軸力に対して行ない、いろいろな定軸力に対する破壊歪みを仮定する。

次に軸力が存在し、粘弾性定数の図2のEについて、図3(b)の近似の非線形を導入した梁について、前述の粘弾性を導入した剛体バネモデル解析で、ある想定した振動外力のもとでの梁の歪みを求め、破壊歪みとの対応をはかることによって動的強度を推定するものである。

なお数値計算の結果は発表の際に譲る。

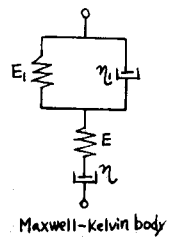
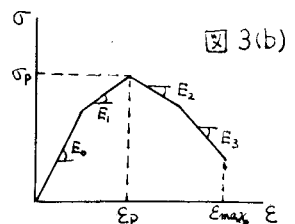
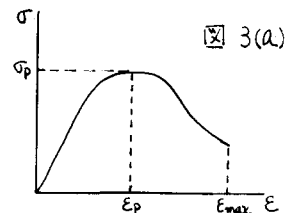


図 2



参考文献)

1) 渡辺; 有限要素法による粘弾性体の振動解析, 土木学会論文報告集 No. 198 1972, 2