

面外曲げを受ける薄板の三角形切り欠きから発生したクラック

名古屋高速道路公社 正員 ○飯田 亨朗
名古屋工業大学 正員 長谷部 宣男

まえがき

半無限薄板の縁に三角形切り欠きのある場合、及びその切り欠きから発生したクラックのある場合について面外曲げの問題として解析するものである。平面問題としての解析は文献(1)で報告した。

ここでは分数式形の有理写像関数を用い、一樣面外曲げの境界条件のもとに応力分布やクラックの応力拡大係数(S.I.F.) K_I を解析的に求めた。そして、この境界条件のもとにおける切り欠きの角度、応力分布、S.I.F.等の関連を考察した。面外曲げの問題の仮定より、クラックが非常に短い場合は色々な問題点も考えられるが、板厚に比してクラックが長い場合には一知見を与えるものと思われる。

解法

複素応力関数 $\phi(z)$, $\psi(z)$ 、及び単位円への写像関数 $\omega(z)$ を用いると境界条件式は次式のように表わせる。

$$\frac{3+\nu}{\nu-1} \phi(\sigma) + \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \overline{\phi(\sigma) + 4\psi(\sigma)} \\ = \frac{1}{D(1-\nu)} \int_0^s [m(s) + i \int_0^s p(s) ds] dz \quad (1)$$

ここでD: 曲げ剛性, ν : ポアッソン比である。

求めたい複素応力関数を

$\phi(z) = \phi_0(z) + \phi_1(z)$, $\psi(z) = \psi_0(z) + \psi_1(z)$ とおく。 $\phi_0(z)$, $\psi_0(z)$ は無限遠での一樣曲げを表わす複素応力関数で次式のように表わせる。

$$\phi_0(z) = -\frac{M_0 \cdot \omega(z)}{4D(1+\nu)}, \quad \psi_0(z) = -\frac{M_0 \cdot \omega(z)}{2D(1-\nu)} \quad (2) \quad \text{図-2 クラック発生後}$$

又、 $\phi_0(z)$, $\psi_0(z)$ は $\phi_1(z)$, $\psi_1(z)$ によって境界線上に生ずる外力を打ち消すような複素応力関数である。そして、この時満足すべき境界条件式は境界上に外力が作用していないが式(1)の右辺=0としたものになる。この境界条件式に式(2)を代入することによって $\phi_1(z)$, $\psi_1(z)$ を求めれば、複素応力 $\phi(z)$, $\psi(z)$ は決定できる。

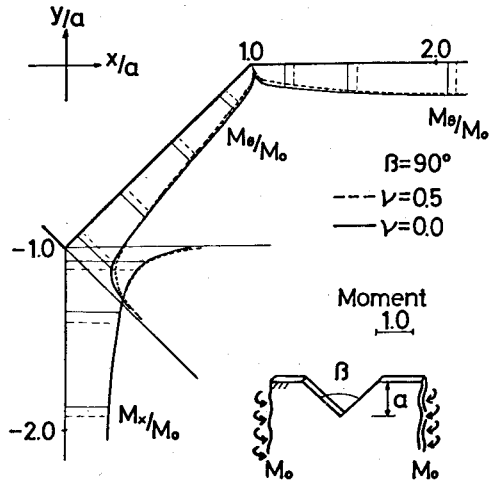


図-1 クラック発生前

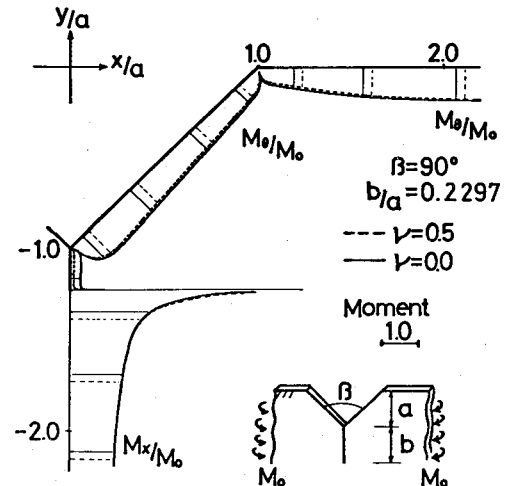


図-2 クラック発生後

次に、切り欠きから発生したクラックの S.I.F. は次式より求められる。

$$K_B - iK_S = -2D(1+\nu) e^{-i\frac{\delta}{2}} \frac{\phi(\zeta_0)}{\sqrt{\omega'(\zeta_0)}} \quad (3)$$

ここで K_B, K_S は各々曲げ、及びねじりに対する S.I.F. である。今の場合 $\delta = \frac{\pi}{2}$, $K_S = 0$ となる。

解析結果

三角形切り欠きの角度を $20^\circ, 40^\circ, 60^\circ, 80^\circ, 90^\circ, 100^\circ, 120^\circ, 140^\circ, 160^\circ$ と変化させ、各角度における切り欠きのみの場合と、切り欠きから発生したクラックのある場合の応力解析を行った。クラックについては深さを変化させて解析した。尚、クラックは y 軸に沿う理想的なものとした。一例として 90° の三角形切り欠きの場合の応力分布を図- (1), (2) に示した。ポアッソン比は 0.0, 0.5 の各場合を示した。図- (1) は切り欠きのみの場合、図- (2) はクラックのある場合である。これらよりクラックの有無による応力分布の違い、ポアッソン比の違いによる応力分布の違いのようすが分る。又、クラック部の応力が平面問題の一樣引張りの場合では圧縮力となったが、今の場合には境界条件の一樣面外曲げの向きと同じ向きの応力であった。

次に式- (3) より求められた S.I.F. を次式によって無次元化した。

$$F_B = \frac{3+\nu}{1+\nu} \frac{K_B}{\sqrt{a+b} \cdot M_0} \quad (4)$$

図- (3), (4) にこの F_B を示す。図- (3) はポアッソン比 = 0.0, 図- (4) はポアッソン比 = 0.5 の各場合である。これらの図から各角度の三角形切り欠きから発生したクラックの F_B が切り欠きのないクラックのみの場合の F_B (今の場合の $\beta = 0$) へ漸近するようすが分る。切り欠きの角度が大きくなると漸近がゆるやかとなり、切り欠きの影響が大きくなると思われる。これに対して、平面問題の一樣引張りの場合では漸近がはやかった。

図- (5) に 100° の三角形切り欠きから発生したクラックについて、クラックの各深さ b/a におけるポアッソン比と F_B との関係を示した。この図からクラックの深さが変化しても、ポアッソン比と F_B とはほぼ線形の関係と見なせることが分る。このことは他の角度の三角形切り欠きの場合についても言えた。これらのことからポアッソン比が 0.0 と 0.5 の各場合の S.I.F. や応力分布が求まれば、0.0 と 0.5 の間のポアッソン比の場合のそれらは内挿することによって求めることが出来る。

文献 [1] 第 32 回年次学術講演会概要集 I-314

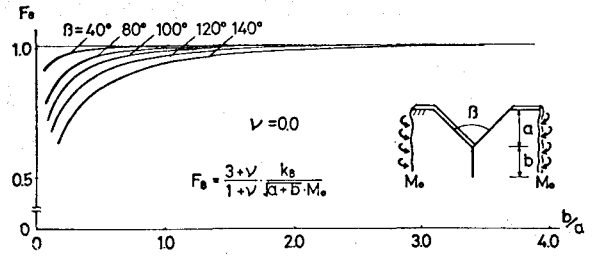


図-3 F_B 値 (ポアッソン比 0.0)

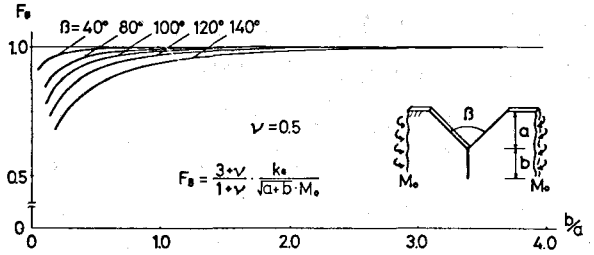


図-4 F_B 値 (ポアッソン比 0.5)

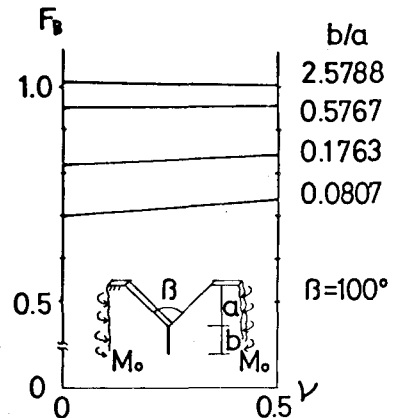


図-5 F_B 値とポアッソン比の関係