Ⅳ−19

交通機関選択へのエントロピー・モデルの適用

岐阜大学工学部　正会員　加藤　晃
岐阜大学工学部　正会員　○宮城俊彦

1. はじめに

交通機関の選択行動は利用機関の特性と個人的価値観の複合した多様な選択行動であり，そのモデルの設定は多くの計量可能な因子あるいは不可能な因子に影響を受けるため困難を極める．そのためモデルの簡略化，確率化が行なわれるのが常套手段である．ここで提案するモデルもこの種のモデルに属し，交通機関選択行動をモデル化する際の主観的評価のバラツキを最小にするような形で決定論的モデルが誘導される。このような手法はエントロピー最大化手法と呼ばれる．

ところで，ここで提案するモデルは次の点で従来のモデルと大きく異なっている．多くのモデルがそうであるように本論におけるモデルも計量可能な因子によって各モードの分担率を求めようとするが，しかし考慮されなかった要因よる影響はひとまとめにして考慮された要因に非弾力的な層一考慮された要因が将来変化してもそれには無関係にある特定の交通機関を選ぶ層一に含めて考える点である．したがって，各モードの分担率は考慮された要因に非弾力的な層（ある意味では固定層）と弾力的な層に関連した形で表わされる．

2. エントロピー・モデル

今，個人的属性の層化したデータが得られたものとし，ある特定の層に属する人にのみ対象を限定して考える．ところで，モードの数をM_1, M_2, M_3の3個，分担率に影響を与える利用機関特性をF_1,F_2とする．また，ある個人属性層に属する人の数をN，そのうち要因に関係なくモードM_1,M_2,M_3を選択する層の割合をw_1,w_2,w_3，要因F_1, F_2によってモードを選択する層の割合をw_4, w_5とする．また，要因F_1によってモードiを選択する確率をP_{i1}，F_2による確率をP_{i2}とする．

このときの各層別の比率，各層でのモード選択確率を表-1に示す．すなわち，M_1, M_2, M_3層ではモードM_1, M_2, M_3を選択する確率が各々1で，その他は0と仮定される．

表-1

層別比率	層	M_1	M_2	M_3
w_1	M_1層	1		
w_2	M_2層		1	
w_3	M_3層			1
w_4	F_1層	P_{11}	P_{21}	P_{31}
w_5	F_2層	P_{12}	P_{22}	P_{32}

ところで，各層別比率の先験確率をw_i'，F_1，F_2層でのモード選択の先験確率を各々P_{i1}'，P_{i2}'とする．このとき，Nの各層および各モードへの割り振りの仕方を考慮した同時確率は次式で与えられる．

$$P = \frac{N!}{\prod_{i=1}^{5} N_i!} \prod_{i=1}^{5} (w_i')^{Nw_i} \frac{N_4!\,N_5!}{\prod_{i=1}^{3} N_{i4}!\,N_{i5}!} \prod_{i=1}^{3} (P_{i1}')^{N_4 P_{i1}} (P_{i2}')^{N_5 P_{i2}} \qquad (1)$$

ここに，$N_i = Nw_i$，$N_{i4} = Nw_i P_{i1}$，$N_{i5} = Nw_i P_{i2}$

上式を最大化するよう各々の確率を定める．上式の最大化はその対数をとった場合の最大化と等価であるから，式(1)を次のように書換できる．

$$P = \sum_{i=1}^{5} w_i \log \frac{w_i'}{w_i} + w_4 \sum_{i=1}^{3} P_{i1} \log \frac{P_{i1}}{P_{i1}'} + w_5 \sum_{i=1}^{3} P_{i2} \log \frac{P_{i2}}{P_{i2}'} \qquad (2)$$

当然のことながら次式が成立していることに注意する．

$$\sum_{i=1}^{3} W_i = 1,\quad \sum_{i=1}^{5} W_i' = 1,\quad \sum_{i=1}^{3} P_{i1} = 1,\quad \sum_{i=1}^{3} P_{i2} = 1,\quad \sum_{i=1}^{3} P_{i1}' = 1,\quad \sum_{i=1}^{3} P_{i2}' = 1 \tag{3}$$

次に，式(2)を最小化問題に変換し，これをW_iの項でまとめると次式を得る．

$$K = \sum_{i=1}^{3} W_i \log W_i/W_i' + W_4 \log\left\{ W_4/W_4' \prod_i (P_{i1}/P_{i1}')^{-P_{i1}} \right\} + W_5 \log\left\{ W_5/W_5' \prod_i (P_{i2}/P_{i2}')^{-P_{i2}} \right\} \tag{4}$$

式(4)は，もしP_{i1}, P_{i2}を先験確率P_{i1}', P_{i2}'に等しく置くならば，W_iの推定値をW_i'とする場合のKullback判別関数を最小化する問題になっていることに注意する．しかし，W_i'は予測しがたいので式(4)からW_i'を消去することを考えてみる．このためW_i'を以下のように仮定する．

$$W_i' = 1/\sigma,\ (i=1,2,3)\ ;\quad W_4' = \prod_i (P_{i1}')^{-P_{i1}}/\sigma\ ;\quad W_5' = \prod_i (P_{i2}')^{-P_{i2}}/\sigma \tag{5}$$

ここに，$\sigma = 3 + \prod_i (P_{i1}')^{-P_{i1}} + \prod_i (P_{i2}')^{-P_{i2}}$

このとき，式(4)は式(6)に変形される．

$$K = \sum_{i=1}^{3} W_i \log \frac{W_i}{1/\sigma} + W_4 \log \frac{W_4}{\prod_i (P_{i1})^{-P_{i1}}/\sigma} + W_5 \log \frac{W_5}{\prod_i (P_{i2})^{-P_{i2}}/\sigma} + \log \sigma \tag{6}$$

ところで，各モードの分担率の実績値を$\bar{m}_i$とすると，次式が成立する．

$$\left.\begin{aligned} W_1 + P_{11} W_4 + P_{12} W_5 &= \bar{m}_1 \\ W_2 + P_{21} W_4 + P_{22} W_5 &= \bar{m}_2 \\ W_3 + P_{31} W_4 + P_{32} W_5 &= \bar{m}_3 . \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

したがって，式(7)の制約条件のもとで式(6)を最小化することによってW_iを求めることができる．ただし，P_{i1}, P_{i2}は先験確率P_{i1}', P_{i2}'に等しく置かれる．上述の問題は非線形凸計画問題となるがDarroch & Ratchiffの反復尺度法を用いて容易に解くことができる[1]．この場合，W_iの初期値は式(5)で与えられる．

3．先験確率

先験確率P_{i1}', P_{i2}'には従来提案されているロジットモデルやプロビットモデルの利用が考えられる．たとえば，要因として所要時間，費用をとりロジットモデルを利用した場合の将来のモードiの分担率は次式で与えられる．

$$m_i^{s,k} = w_i^{s,k} + w_4\, e^{-\lambda t_i}/\sum_i e^{-\lambda t_i} + w_5^{s,k} e^{-\mu c_i}/\sum_i e^{-\mu c_i} \tag{8}$$

ここに，$m_i^{s,k}$；個人的属性がS層である人の目的kでのモードiの選択率

$w_i^{s,k}$；　〃　モードiの固定層の比率（現況分析より求まる）

$w_5^{s,k}, w_4^{s,k}$；　〃　所要費用，時間の重み係数（現況分析より求まる）

t_i, c_i；モードiの目的地までの所要時間および所要費用

λ, μ；パラメータ

このモデルの特徴はあるモードの固定層，時間層，費用層が求められる点であり，将来の分担率の変化は所要時間層，費用層のモード選択率の変化に依存する．固定層の比率は個人属性層，トリップ目的によって大きく変化すると考えられる．また，所要時間と費用の影響を分離して扱い，それを重みw_4, w_5で調整しているので一般化費用という概念を必要としない．その反面，ロジットモデルなどが一因子機関選択モデルとして十分機能するかといった問題も有するが，これは多くのモデルの中から一因子モデルとして最も機能するモデルを選び出すことで解決できよう．

(1) 国沢清典：エントロピー・モデル，日科技連，昭和50年