IV－7

2モード混合ネットワークフローの最適化

名古屋工業大学　学生員　○仲村和隆
名古屋工業大学　正員　松井　寛

1. はじめに

道路ネットワークへの最適配分交通量の推定は、従来からネットワークに対する様々な制約のもとにある評価指標を持ちいた目的関数の最適化問題としてシミュレーションや数理計画法等によって行なわれている。しかし、このようにして求められた配分自動車交通量は一般にすべての自動車が道路上では同じ走行費用を持つものとして考えたものがほとんどであったようである。実際の道路上には走行費用などの異なる多モードの交通が混合して流れている。本論文では、ネットワーク上の交通をそれぞれ走行費用の異なる多モードの交通が混合する場合のネットワークフローの最適化を考える。具体的にはモード毎の最適交通量配分とモード間の最適分担を求めようとするものである。

2. 基本的な考え方

問題を定式化する前にその基本となる考え方を述べてみる。ネットワーク上の交通に対して、その最適フローを見い出すために数理計画法を適用するとこれは一般に等式・不等式制約条件を持った(非)線型目的関数Fの最適化問題として考えることができる。ここで考えられる変数、制約条件、目的関数は一般に以下のように仮定できよう。今考えているネットワーク上に見られる交通は二つの異質な面でとらえることができるように思われる。一つは、(A) ネットワーク上の交通は前述したように、普通自動車、貨物自動車、タクシー、バス、オートバイ、自転車等様々であり、路上はそれらの様々な走行費用をもった交通機関が混合して流れていると言える。そして、(B) これらの交通機関の利用者はそれぞれが異なったルート選択基準を持っていると考えることができる。従って、ネットワーク上の交通は様々な多数の選択の結果の表われであると見ることができる。このようにして交通をとらえることによって、最適フローを総所要走行人時間を最小にするようなフローであると仮定すると、本論文で扱う最適化問題は①交通流の保存性による条件 $g_1=0$、②交通量の非負性による制約 $g_2 \geqq 0$、③道路の容量制約 $g_3 \leqq 0$、④上記(B)で述べた選択基準による条件 $g_4 \leqq 0$　のような制約条件のもとに(A)で述べたような走行費用を異にする交通の交通量を変数に考えて、目的関数を総所要走行人時間にとることによって定式化できる。

3. 定式化

上記の考え方のもとに、ここでは2モード混合交通についてOD交通量のネットワーク最適フロー問題の定式化を試みる。定式化にあたってはOD交通量・モード毎のパスフローを変数にとることとする。また2モードをそれぞれモードX、モードYで表わし、その変数を $x_j^{P_{ab}}, y_j^{P'_{ab}}$ で表現する。まず本論文でもちいた記号の説明を先にしておく。

a：すべての起点の集合及びその要素、P_{ab}：aからbへのモードXのすべてのパスフローの集合
b：〃　終点の　〃　〃、P'_{ab}：〃　Yの　〃　〃
P, P'：それぞれ、すべての P_{ab}, P'_{ab} の集合、L：ネットワークのすべてのアーク(l)の集合

n：モードXへのモードYの換算係数，　N^{ab}：aからbへのOD交通量

$\alpha_j^{P_{ab}},\ \alpha_j^{P'_{ab}}$：それぞれ，モード毎のパスフロー$j$での乗車人数，　$\bar{X}_\ell$：アーク$\ell(\in L)$の交通容量

$\delta_{j\ell}^{P_{ab}},\ \delta_{j\ell}^{P'_{ab}} = \begin{cases} 0 & \text{それぞれ，モード毎のパスフロー}j\text{がアーク}\ell\text{を通らないとき。} \\ 1 & \text{〃　〃の〃が〃を通るとき。} \end{cases}$

$x_j^{P_{ab}},\ y_j^{P'_{ab}}$：それぞれ，aからbへのパスフローのうち$j$番目のパスフローの交通量。

$f_{X\ell},\ f_{Y\ell}$：モードX，モードYのアークℓ上での交通量X_ℓにおける走行所要時間で，一般に右図1のような単調増加関数が考えられる。

X_ℓ：アークℓ上の交通量$= \sum_{\substack{j\in P_{ab}\\ P_{ab}\in P}} x_j^{P_{ab}}\cdot\delta_{j\ell}^{P_{ab}} + \sum_{\substack{j\in P'_{ab}\\ P'_{ab}\in P'}} n\cdot y_j^{P'_{ab}}\cdot\delta_{j\ell}^{P'_{ab}}$

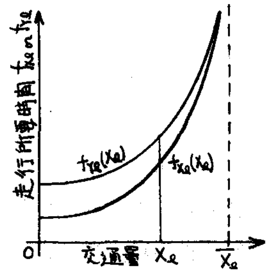

図1 走行時間関数

以上，よって以下に定式化を行なう。

主問題：

$$\min F = \sum_{\ell\in L}\left\{ f_{X\ell}(X_\ell)\left(\sum_{\substack{j\in P_{ab}\\ P_{ab}\in P}} x_j^{P_{ab}}\cdot\alpha_j^{P_{ab}}\cdot\delta_{j\ell}^{P_{ab}}\right) + f_{Y\ell}(X_\ell)\cdot\left(\sum_{\substack{j\in P'_{ab}\\ P'_{ab}\in P'}} y_j^{P'_{ab}}\cdot\alpha_j^{P'_{ab}}\cdot\delta_{j\ell}^{P'_{ab}}\right)\right\}$$ ※総所人時間

subject to.

1) OD交通量保存条件式　$g_1: \sum_{j\in P_{ab}} x_j^{P_{ab}}\cdot\alpha_j^{P_{ab}} + \sum_{j\in P'_{ab}} y_j^{P'_{ab}}\cdot\alpha_j^{P'_{ab}} - N^{ab} = 0.$　for all ab対

2) 非負制約条件式　$g_2: x_j^{P_{ab}} \geqq 0,\ y_j^{P'_{ab}} \geqq 0.$　for all $j\in P_{ab}\in P$，$j\in P'_{ab}\in P'$

3) 容量条件式　$g_3: X_\ell - \bar{X}_\ell \leqq 0.$　for all $\ell\in L$

4) モードX，Yの利用者のとるルート選択基準からなる条件式　g_4：

例えば，モードXを乗用車，モードYをバスと考えると乗用車に対しては所要走行時間最小→等時間原則：g_{41}，バスについては所要走行台・時間最少：g_{42} を考えることができる。つまり

$$g_{41}: \sum_{\ell\in L} f_{X\ell}(X_\ell)\cdot\delta_{j\ell}^{P_{ab}} - \lambda^{ab}\cdot\alpha_j^{P_{ab}} \begin{cases} =0. & \text{if } x_j^{P_{ab}} > 0. \\ >0. & \text{if } x_j^{P_{ab}} = 0. \end{cases} \quad \text{for all } j\in P_{ab}\in P$$　λ^{ab}：Lagrange乗数

$$g_{42}: \sum_{\ell\in L}\left\{ f_{Y\ell}(X_\ell) + y_j^{P'_{ab}}\cdot\frac{\partial f_{Y\ell}(X_\ell)}{\partial y_j^{P'_{ab}}}\right\}\delta_{j\ell}^{P'_{ab}} - \lambda'^{ab}\cdot\alpha_j^{P'_{ab}} \begin{cases} =0. & \text{if } y_j^{P'_{ab}} > 0 \\ >0. & \text{if } y_j^{P'_{ab}} = 0 \end{cases} \quad \text{for all } j\in P'_{ab}\in P'$$　λ'^{ab}：Lagrange乗数

以上，この問題は明らかに等式・不等式制約条件つき非線型最適化問題である。よって，この問題はLagrange未定乗数法，Kurn－Tucker定理を用いてLagrange関数 $\mathcal{L} = F - \sum\lambda_i(g_i + S_i^2)$，($S_i$：スラック変数，$g_i$が等式制約ならば $S_i \equiv 0$.)の鞍型点問題として解くことができる。しかし，このとき解を保障する必要があるがここでは紙面の都合上省略する。

4．おわりに

本論文では自動車交通を多モード交通としてとらえ，実際には2モード混合ネットワークフロー最適化問題として定式化した。この最適化問題を，例えばモードX，Yをそれぞれ乗用車，バスと考え上述の制約をもつ最適化問題として解くと，各モード毎のアーク上の最適パスフロー，乗用車の各OD毎の最短ルート，最適なバス路線及び乗用車とバス間のOD交通量の最適分担を同時に求めることができよう。また条件g_4に他の適当な条件（例えば排気ガス最小）を考慮することが考えられるがこれは今後の課題としたい。なお，計算例は当日発表したいと思う。

参考文献

1) 井上博司「道路網における等時間原則による交通量配分に関する基礎的研究」S50年10月　京都大学学位論文

2) 志水清孝「システム最適化理論」コロナ社

3) 西村昂「道路網容量理論に関する一考察」土木学会論文報告集 第249号・1976年5月；その他