

信州大学 工学部 正会員 吉沢孝和 学生員 ○ 高村 裕

在来の研究 ケーブル構造物の解析に伝達マトリクス法を適用する研究は、つり橋に関するものとしては Esslinger の論文¹⁾が最初と考えられる。中井ら²⁾はこの方法にさらに改良を加えた伝達マトリクス法を示し、模型実験との比較も示している。これらの研究はいずれも Melan の基礎微分方程式から出発したものである。

一方、O'Brien は任意荷重を受ける単一ケーブルを余力を伝達させることにより解析する手法³⁾を示した。そこではケーブルを三次元的に解析している。集中荷重の作用点、ケーブルの材質または断面積の変化点等においてケーブルを分割し、分割されたケーブルセグメントは任意の平面内でカテナリー形状をなすものとする。隣接する二個のセグメントの材端張力を全体座標系にベクトル変換し、両者の結合点に作用する荷重をも含めて力の平衡条件を座標の各軸方向で考えれば、ケーブル張力のそれぞれの軸方向成分ごとに、二個のセグメント間に伝達関係が成り立つわけである。このようにして、ケーブルの一方の支点における反力の X, Y, Z 軸方向成分を余力にとればこれを力の平衡条件により系全体のセグメントに伝達させるわけである。しかしながらこれだけでは解が定まらず、各セグメントごとに弾性変形量を求め、系全体の適合条件を満足するように反復計算により最初に仮定した余力の値を収束させなければならない。我が国では阿井ら⁴⁾がこの方法を応用して立体的ケーブルネットワークについての研究を報告している。

著者ら⁵⁾は任意鉛直荷重を受ける放物線ケーブルに関して、荷重点で区切られたケーブルセグメント間に、放物線ケーブルの微分方程式から得られる二個の積分常数を伝達させていく解法を示した。この方法によると、ケーブルに任意鉛直荷重が作用した場合における水平張力の増分を求めることが比較的容易である。

ケーブルに対する伝達マトリクス法の特殊性

一般に、伝達マトリクス法における状態ベクトルの数は、構造部材の力学挙動を支配する微分方程式の次数によってきまるものと考えられる。たとえば4階の微分方程式に支配される普通の梁の状態ベクトルは： $\{$ たわみ，たわみ角，曲げモーメント，せん断力 $\}$ の4個である。これはまた、微分方程式より得られる4個の積分常数に置きかえてとり扱うこともできる。⁶⁾ 積分常数を部材端における変位または力に置きかえれば変形法または応力法の解析式が得られ、⁷⁾ 節点での平衡条件または適合条件を処理することにより $\{$ 三連ベクトル式 $\}$ ⁸⁾となり、これに注目して伝達マトリクスの手法を組み立てることもできる。⁹⁾ これらの場合はいずれも最終点において境界条件を処理すれば、伝達ベクトルの値が完全に定まり、系の唯一の解が確定した。

しかるに、ケーブルの解析においては、たとえば、放物線ケーブルの微分方程式の中にはケーブルの水平張力 H (またはサグ f)が含まれており、この値は本来未知量であるのに、伝達マトリクスの中に混入したまま演算を行なわなければならない。^{1) 2) 3) 4) 5)}「ケーブル構造物の解析においては、初期形状または初期応力の決定が最大の難点である」¹⁰⁾とされているように、著者らの知る限りではいかなる手法を用いても、 H または f のいずれかの量については反復演算によって収束させていく以外には道がないように思われる。よって、本研究においては、水平張力 H はあらかじめ与えられたものとして解析式を組み立て、系の適合条件を満足させるように反復計算を行っていく。

-
- 1) Esslinger M: *Suspension Bridge Design Calculated by Electronic Computer*, *Acier-Stahl Steel*, Vol.27, No.5, 1962
 - 2) 中井・野口: 伝達マトリクス法によるつり橋の構造解析, 土木学会論文報告集第255号, 1976, 11
 - 3) O'Brien: *General Solution of Suspended Cable Problems*, *Proc. ASCE*, ST 1, 1967, 1
 - 4) 阿井・他: ケーブル構造の力学特性に関する一考察, 第29回土木学会年次講演概要集 1, 1974, 10

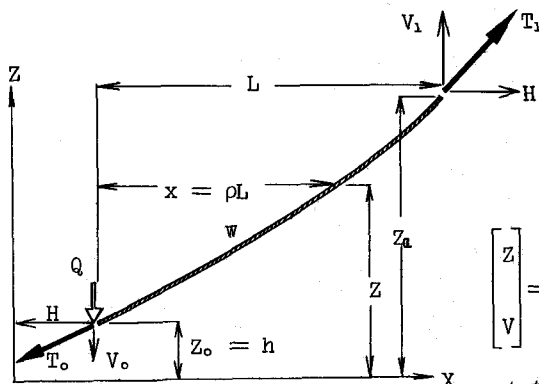


図1. 放物線ケーブル

基本式 放物線ケーブルの微分方程式の解には2個の積分常数が含まれている。ケーブルの状態ベクトルとして、基準面からの高さ\$Z\$、張力の鉛直分力\$V\$をとる。このとき図1の記号を用いて次式が得られる。式中の\$\{a \ b\}\$は積分常数である。

$$\begin{bmatrix} Z \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{wL^2}{2H} & 0 \\ 0 & \frac{wL}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{wL^2}{2H} \rho^2 \\ wL\rho \end{bmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

これをケーブルの両端の高さ \$Z_0, Z_a\$ で置きかえた場合には式(2)が、ケーブル左端の状態ベクトル\$\{h \ Q\}\$で置き

かえた場合には式(3)が得られる。式(2)は変形法に対応し、式(3)は field matrix に対応する。

$$\begin{bmatrix} Z \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\rho & \rho \\ -\frac{H}{L} & \frac{H}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_0 \\ Z_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{wL^2}{2H} \rho(\rho-1) \\ \frac{wL}{2}(2\rho-1) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{bmatrix} Z \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h \\ Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{wL^2}{2H} \rho^2 \\ wL\rho \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

荷重マトリクス 以下に式(1)を用いた場合の解析について述べる。

図2のような鉛直荷重が作用する場合、左端のセグメントの積分常数を \$X_0 = \{a \ b\}\$ とすれば\$(r)\$番目と\$(r+1)\$番目の荷重の間のセグメントの \$X_r\$ はつぎのようにあらわされる：

$$X_r = X_0 + \sum_{i=1}^r K_i \dots\dots (4) \quad K_i = \frac{2P_i}{wL} \begin{bmatrix} -K_i \\ 1 \end{bmatrix} \dots\dots (5)$$

\$K_i\$を荷重\$P_i\$の荷重マトリクスと呼ぶ。

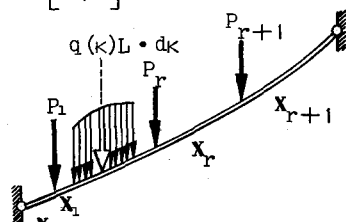


図2. 荷重の影響

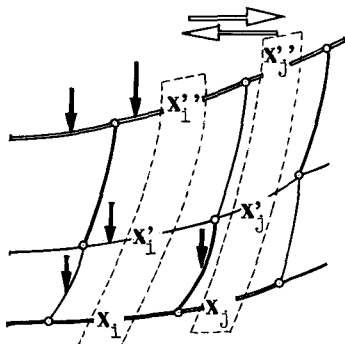


図3. ケーブルネットワーク

伝達演算の手順 図2のような単一ケーブルの場合には、荷重の影響は式(4)で与えられる。式(1)はケーブルの各区間に対応する\$\{a \ b\}\$の値を与えればすべての区間において成り立つから、左端の\$X_0\$を右端まで伝達して境界条件を与えてこれを解くことができる。載荷による張力の増分は：\$\{\text{ケーブル長}\} = \{\text{無応力時の長さ}\} + \{\text{伸び}\}\$なる条件によって求めることができる。

図3のようなケーブルネットワークの場合には、各ケーブルが2個ずつの未知量と個々の水平張力を有する。結合点における鉛直方向の適合および平衡条件を処理すれば、図示のようなグループ伝達ができる。水平方向の適合・平衡条件は三連ベクトル式を生ずる。反復計算により解を収束させる。

- 5) 高村・吉沢：伝達マトリクス法によるケーブルの解析,第31回土木学会年次講演概要集1,1976, 10
- 6) 吉沢・谷本：演算子法による各種の連続ばりの解析,土木学会論文報告集第165号,1969, 5
- 7) Yoshizawa N. & Tanimoto B. : Comments on Prevailing Methods of Structural Analysis, Journal of the Faculty of Engineering, Shinshu University, Vol. 18, 1967. 7
- 8) 吉沢：鋼線で連結した構造物の三連ベクトル式について,第30回土木学会年次講演概要集1,1975,10
- 9) Yoshizawa N. & Tanimoto B. Operational Method for Displacement Analysis, Slope Deflection Method for Rigid Frames, Journal of the Faculty of Engrg. Shinshu Univ., 1967. 7
- 10) Gründig U. et al. : Weitespannte Flächentragwerke, SFB 64, Universität Stuttgart, 1975