I－24

最適設計における計算の効率化について

信州大学工学部　正員　○小山　健
信州大学工学部　正員　　長　　尚

1. まえがき

土木構造物の最適設計問題は，一般に設計変数および制約条件式の数が非常に多いのが特徴である。そのため，最適設計を実用化するためには，計算に必要な容量を減らすことと，計算時間を短縮することが，解決されなければならない最大の課題である。これまで計算の効率化を計る目的で提案されてきた方法は種々あり，筆者らも先にSLP法を用いる場合，制約条件式を整理して式の数を減らす一方法を提案した[1]。今回はその方法に加えて，制約条件式として最適化計算の中に採用しないでもすむ式を判別し，さらに制約条件式の数を減らす方法について述べる。

2. 制約条件式の数の減少化

一般に最適化問題が次の式（1）の形で表わされ，制約条件式の数mが変数の数nより大きい場合には，最適解x^{opt}は，m個の制約条件式のうち少くとも（$m-n$）個の式に対しては余裕を持っている。

$$\left.\begin{array}{ll} \text{制約条件：} & g_i(x) \le 0 \quad (i=1,\cdots,m) \\ \text{目的関数：} & Z=f(x) \longrightarrow min. \\ & x=(x_1,x_2,\cdots\cdots,x_n) \end{array}\right\} \qquad (1)$$

このような critical でない制約条件式は，制約条件に含めなくても結果は同じである。したがってこのような制約条件を何らかの方法で判別するか，逆に critical な条件式を識別できれば，制約条件式の数を減らすことができる。非線形計画法はどんな方法を用いるにしても，一般にある近似値から出発して，繰り返し演算を収束するまで行なう。しかも一般に最初の近似値は多くの制約条件式に対しかなり余裕を持っているから，繰り返し演算の最初の方ではそのような制約条件式を次の式（2）により判別する。

$$\frac{g_i(x^{\rho-1})}{g_i(x^{\rho})}-1<0.5 \qquad (2)$$

ここに，x^{ρ}，$x^{\rho-1}$はそれぞれその段階とその一つ前の段階の近似値である。この式は，かなり余裕のあるかどうかの基準を，制約条件式の値が，一つ前の段階（$g_i(x^{\rho-1})$）からその段階（$g_i(x^{\rho})$）に移るときに変化した量の2倍だけ次の段階で変化してもその制約条件式は critical にならないということにおいて，作られたものである。したがってこの式の成立する制約条件式はその段階の最適化計算の結果には影響がないと判断して，その段階の制約条件式から除外する。たゞし式（2）を満たしても，場合によっては次の段階で境界をはみ出すこともあり得るが，そのような場合には次の段階で制約条件式に取り入れられるから，特別な場合を除き結果に悪影響は及ぼさないと考えられる。なお一番最初の$x^{\rho-1}$は，例えば最適化計算の手法としてSLP法を用い，先に提案した方法[1]を用いるものとすれば，1回の計算で設計変数が減少する最大は後述のt_lであるから，$x^{\rho}+t_l$を用いる。この式（2）を用いる方法は，繰り返しの初期の段階では，棄却される制約条件式が多く，用いる制約条件式の数は変数の数より少なくなるが，ある程度計算が進むと，用いる制約条件式の数はn個を越えるようになる。ところが一般に制約条件の数は，うまく選べばn個で十分である。そこで式（2）の条件で制約条件式を除外してもなおか

つ式の数がnより多くなる場合には次の式（3）により計算されるr_iの値の小さいものから順にn

$$r_i = \frac{g_i(x^0)}{g_i(0)} \quad (i=1,\cdots,m) \qquad (3)$$

個の制約条件式をその段階の制約条件式として採用する。このr_iが小さいということは，その段階の近似値x^0はその制約条件の境界から出ている（$r_i<0$のとき）か，境界に近いということを意味している。したがってr_iの小さなものから順にn個選べば，その段階でのcriticalな制約条件がほぼ識別されたことになる。以上の2つの方法のいずれかによってある段階の制約条件式の数が$m'\leqq n$になったものに，SLP法を適用する場合，先に提案した方法を採用すると次のようになる。この方法は，変数の上下限制約と，move limitを集約して，これらのいずれかで決まる下限を変数の非負条件と合うようにして，LP計算の生きた制約条件としてこれらが入らないように整理すると共に，上限についても両者を整理して制約条件式の数を減らすものである。いまその段階で用いる制約条件を改めて　$g_j(x)\leqq 0$，$(j=1,\cdots,m')$　(4)　とすれば，変数変換して整理された制約条件および目的関数は次の式（5）のようになる。ここに，$t_l=\min\{l,\ x^0-x_l\}$，$t_u=\min\{l,\ x_u-x^0\}$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{制約条件：} & \nabla g_j(x^0)\,\Delta x^* \leqq \nabla g_j(x^0)\,t_l - g_j(x^0) \\ & \Delta x^* \leqq d \qquad (j=1,\cdots,J) \\ \text{目的関数：} & z = \nabla f(x^0)\,\Delta x^* \longrightarrow \min \end{array}\right\} \ (5) \qquad \begin{array}{l} \Delta x^* = \Delta x + t_l, \\ d = t_l + t_u \end{array} \quad (6)$$

であり，Jはm'個の制約条件のうち，変数の上下限制約が含まれていれば，それらは非負条件$\Delta x^*\leqq 0$および上限条件$\Delta x^*<d$の中に入っていくから，$J\leqq m'$となり，制約条件式の総数は，$\Delta x^*\leqq d$のn個とJ個の和で$J+n\leqq 2n$となる。したがってSLPの繰り返しの各段階で，$2n$個以下の制約条件式を用いればよいことになる。

3、計算例

計算例として用いたものは，文献(1)によるラーメン構造物の最適許容応力度設計に対する制約条件式および目的関数について，上述の方法を適用した場合についてである。この場合設計変数は$n=4$個，制約条件式の数は$m=23$個（応力制限6，変位制限1，上下限条件4，move limit 4）である。結果を表－1に載せる。表－1の解の条件は文献(1)の$K_V=10.0\,\mathrm{kg/cm^3}$，$\sigma_a=1400.0\,\mathrm{kg/cm^2}$，$\delta_a=0.04^m$であり，move limitは全変数について$0.02^m$とした。　この表－1から，(a)の場合にはくり返し回数も多く，計算時間も長くかゝることが判る。それに比べて，(b)，(c)の場合には，収れんまでの回数，計算時間共に節減できることが判る。制約条件の式の数および変数が多くなれば，節減の効果はより多いと思われる。

表－1

	(a)	(b)	(c)
初期値	$x^{0-1}=(0.22^m,\ 0.22^m,\ 0.22^m,\ 0.22^m)$		
最適解	$x^{opt}=(0.153^m,\ 0.146^m,\ 0.146^m,\ 0.183^m)$		
収斂回数	15回	8回	8回
計算時間	4.20 sec	2.30 sec	2.16 sec

(a)：全部の制約条件を変数変換することなくそのまゝ用いた場合。
(b)：式(5)を用いて変換した変数を用いた場合。
(c)：式(2)によって棄却し，かつ(3)式の条件を用いて判定し，変数変換によるもの。

4　参考文献

1) 小山健．長尚「基礎の条件を考慮した多層ラーメンの最適設計」才30回年次講演集。