

金沢大学工学部 正員 吉田 博

金沢大学工学部 正員 山森 広一

金沢大学工学部 学生員 滝沢 仁

1. まえがき

はりの横倒れ座屈に関する研究は、古くから多くの研究者によって進められ、これまでに弾性域のみならず、非弾性をも考慮した数値計算による解法が数多く発表されている。しかし、そのほとんどが静定ばりを例にとったものであり、不静定ばりの座屈強度を調べたものは数が少なく、塑性ヒンジが生ずるような荷重近傍で座屈が起るような場合の座屈曲線を詳細に調べたものは極めて少ないのが現状と思われる。これらのことをふまえ、本報告では、細長比に対し座屈強度がどのように変化しつつ塑性ヒンジが生ずる荷重に近づき、その後の崩壊に至るまでの座屈曲線を調べるとともに、塑性ヒンジ部の横倒れ座屈に対するモデル化を提案する。

2. 解析

解析にあたっては、横変位 u 、たわみ角 $\theta (=u')$ 、ねじり角 ϕ 、ねじり率 $\rho (= \phi')$ 、せん断力 S 、曲げモーメント M_y 、ねじりモーメント M_z 、およびバイモーメント M_w を状態量とした吉田、井本の用いた伝達マトリックス法¹⁾を使った。数値計算には、図-1 に示したようなモデルを用いる。このため、荷重状態により、塑性ヒンジの生ずる位置が異なり、ヒンジ部は次のような二通りの境界条件を用いなければならない。

i) B 点に塑性ヒンジが生じた場合 (集中荷重の場合で $\beta \geq \sqrt{2}-1$ の時、等分布荷重の時)

全塑性モーメントに達すると EI_y, EI_w は零になると考えられるので、塑性ヒンジ発生後は、B 点は単純支持されていると考えることができる。つまり $u = \phi = M_y = M_z = 0$ なる境界条件となる。

ii) C 点に塑性ヒンジが生じた場合 (集中荷重の場合で $\beta \leq \sqrt{2}-1$ の時)

i) と同様に M_y, M_w は零になる。この場合、塑性ヒンジ部は図-2a) のようなモデルと考えると、左側のはり部材は $u'' = 0$ となり、左端の境界条件は $u = \phi = M_y = M_z = S = 0$ となり、上述の 9 行のマトリックスでは解析不能となる。そのため、図-2b) に示すような片持ばりの先端部にバネ定数 K なるねじりバネがついていようをモデルとして考えた。ただし、 K は左側の梁のねじり拘束に依存するものであり、つぎのように求められる。ヒンジの左側では $u'' = 0$ であり ϕ に関する微分方程式は

$$\phi^{(4)} - \lambda^2 \phi'' = 0 \quad \text{ただし} \quad \lambda^2 = (GK_T + K) / EI_w \quad (1)$$

となり、 u とは無関係になる。この式を積分して、状態量 ϕ, ρ, M_y, M_w の場合の格点伝達マトリックスを作り左端の自由度よりなる初期ベクトルをヒンジ左から伝えたと、

$$\begin{bmatrix} \phi \\ \rho \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}^R = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ M_z \end{bmatrix}^L \quad (2)$$

となる。この点で $M_w = 0$ であることと、ヒンジの左右で ϕ が等しいことを考慮すると、バネ定数 K は

$$K = \frac{a_{31}a_{42} - a_{32}a_{41}}{a_{11}a_{42} - a_{12}a_{41}} \quad (3)$$

となり、ヒンジ右の状態量は、自由度を $u_n^L, \theta_n^L, \phi_n^L, \rho_n^L$ とすると次のようになる。

$$\begin{bmatrix} u \\ \theta \\ \phi \\ \rho \\ S \\ M_y \\ M_z \\ M_w \end{bmatrix}_n^L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K-Ph & Ma\bar{y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \theta \\ \phi \\ \rho \end{bmatrix}_n^L \quad (4)$$

h ; 荷重からせん断中心までの距離

$\Delta\bar{y}$; ヒンジ左と右のせん断中心の差

3. 数値計算および考察

計算に用いたはりの断面は IWF3 であり、 $E=30,000 \text{ KSI}$ 、完全弾塑性の σ のを仮定した。荷重は、

集中荷重、等分布荷重を用い、それぞれの計算結果を図-3、4に示した。図中、B線は図-1に示したはりの座屈曲線であり、A線は塑性ヒンジ発生前も塑性ヒンジの境界条件を用いて計算したものである。図より明らかなように座屈曲線は除々にA線に近づくのではなく、第一塑性ヒンジ発生荷重近傍にきて、急激に横ばいの状態となるが、A線とはなめらかに接しているのが理解できる。また塑性ヒンジ発生後、 GK_r, EI_w に微少の数値をあたせて、塑性ヒンジ前と同じ境界条件で解く従来の方法による結果がこの座屈曲線にはほとんど一致していることも確かめられたので、塑性ヒンジの模範的座屈に対するモデル化として上述の方法が妥当であることがわかれる。

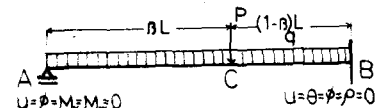


図-1 数値計算モデル

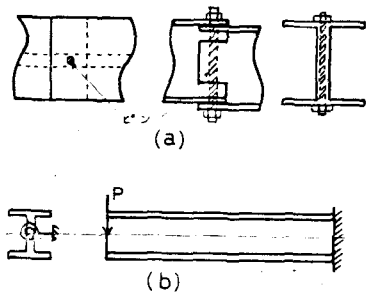


図-2 塑性ヒンジ部モデルと境界条件を示すモデル

参考文献 1) 吉田・開平; "拘束を受けるはりの弾性および非弾性模範的解析"

土木学会報告論文集 第208号 1972年12月

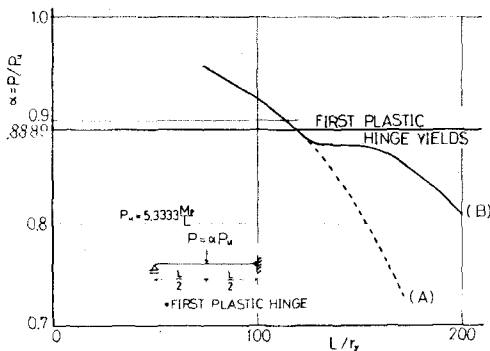


図-3 計算例 I (集中荷重の場合)

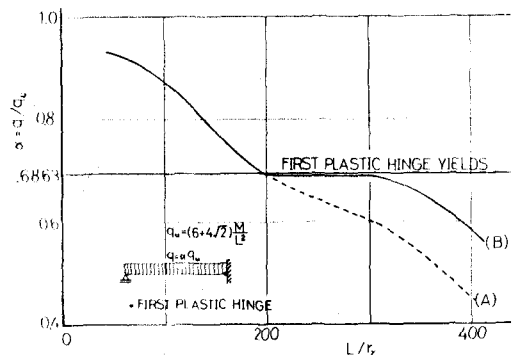


図-4 計算例 II (等分布荷重の場合)