I − 3

面外曲げ又はねじりを受ける両縁にクラックを有する帯状薄板の応力拡大係数

名古屋工業大学　正員　長谷部宣男

<u>まえがき</u>　応力拡大係数は，線型破壊力学の重要な因子として，種々の形状，境界条件のもとに求められている。本報告は題意のクラックを有する薄板が面外曲げおよびねじり変形を受けたときの応力拡大係数を有理写像関数を用いて計算したものである。写像関数は平面弾性問題の応力拡大係数を求めるのに用いた写像関数［１］を使用した。面外変形を受ける薄板の応力解析は，数学的には平面弾性問題のそれと同じであるが，応力拡大係数においても平面弾性問題の場合ほど解析されていないようである。クラック近傍の曲げモーメント，ねじりモーメントは次式で表わされる。

$$M_y+M_x=\frac{2}{\sqrt{2r}}\left\{k_B\cos\frac{\theta}{2}-k_S\sin\frac{\theta}{2}\right\}$$

$$M_y-M_x+2iM_{xy}=\frac{1}{2(1+\nu)\sqrt{2r}}\left[\left\{(7+\nu)k_B+i(5+3\nu)k_S\right\}e^{-\frac{i}{2}\theta}+(1-\nu)(k_B-ik_S)e^{-\frac{5}{2}i\theta}\right] \qquad (1)$$

ここに r，θ は，クラック先端から測った極座標である。

本報告では，次式で計算される無次元化した応力拡大係数 F_B，F_S を用いる。

一様曲げの場合（図−１参照），クラック先端で

$$M_x=\frac{3+\nu}{1+\nu}\frac{k_B}{\sqrt{2r}}\equiv F_B\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{W(W-2b)}}\frac{M_0W}{\sqrt{2r}}$$

$$M_y=-\frac{1-\nu}{1+\nu}\frac{k_B}{\sqrt{2r}}\equiv -F_B\frac{1-\nu}{3+\nu}\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{W(W-2b)}}\frac{M_0W}{\sqrt{2r}} \qquad (2)$$

ねじりの場合（図−３参照），

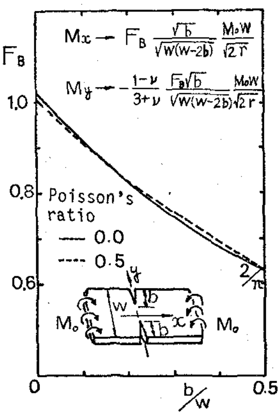
$$M_{xy}=\frac{k_S}{\sqrt{2r}}\equiv F_S\sqrt{b}\,\frac{T_0}{\sqrt{2r}} \qquad (3)$$

ここに ν はポアソン比，W，b，M_0，T_0 は図−１，３参照。

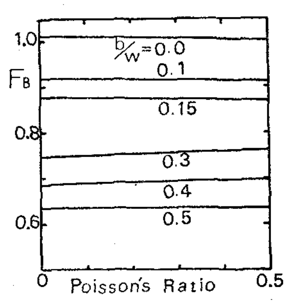
<u>解析結果</u>　図−１及び表−１には面外曲げを受ける場合の F_B 値をクラック深さ b/W との関係で示す。$b/W=0.0$ の F_B 値は，縁にクラックを有する半無限板の場合であり，文献［２］に用いた有理写像関数を用いて計算した。Bowie［３］によって求められている値 1.005（$\nu=1/3$ のとき）に近い値である。一様面外曲げを受ける内部クラックを有する無限板の場合は 1.0 である［４］。$b/W=0.5$ は，対称な方向に半無限長のクラックを有する無限板の場合に相当し，F_B 値は解析的に解が得られる［５］。

図−１よりクラックの短いとき，F_B 値は $\nu=0.0$ の方が $\nu=0.5$ の場合より大きいが，クラックが長くなると逆になっている。

図−２には F_B 値とポアソン比との関係を示す。F_B 値はポアソン比にあまり依存していなく，またその関係はほぼ直線である。従って任意のポアソン



図−１　曲げの応力拡大係数



図−２　曲げの応力拡大係数とポアソン比の関係

表－1　曲げの応力拡大係数、近似式の値及びその誤差

b/w	F_B values poisson's ratio 0.0 (1)	0.3	0.5 (2)	poisson's ratio 0.0 Approximate Eq. (4) (3)	(5) (4)	Errors $\frac{(3)-(1)}{(1)}$	$\frac{(4)-(1)}{(1)}$	poisson's ratio 0.5 Approximate Eq. (4) (5)	(5) (6)	Errors $\frac{(5)-(2)}{(2)}$	$\frac{(6)-(2)}{(2)}$
0.0 [2]	1.0107	1.0042	1.0019	1.0107	1.0107	0.0^{8}	0.0^{8}	1.0019	1.0019	0.0	0.0
0.05	0.965	0.959	0.956	0.961	0.965	-0.4	-0.01	0.957	0.955	0.04	-0.1
0.1	0.917	0.913	0.911	0.914	0.918	-0.3	0.2	0.913	0.912	0.2	0.03
0.15	0.876	0.872	0.871	0.869	0.873	-0.7	-0.3	0.872	0.871	0.2	0.03
0.3	0.745	0.757	0.761	0.752	0.747	0.9	0.4	0.760	0.762	-0.2	0.03
0.4	0.684	0.694	0.698	0.687	0.682	0.5	-0.3	0.695	0.697	-0.3	-0.06
0.5 [5]	$\frac{2}{\pi}$=0.6366	$2/\pi$	$2/\pi$	0.633	0.637	0.6	0.1	0.638	0.637	0.3	0.02

比に対するFB値は，表－１の値をもとに比例配分して求めればよい。

図－１に示すFB曲線を表わす近似式をポアソン比0.0及び0.5に対して次式で求めた。

表－2　曲げの応力拡大係数の近似式の係数

	poisson's ratio	a_0	a_1	a_2	a_3
Eq.(4)	0.0	1.0107	-1.0250	0.5388	/
Eq.(5)		1.0107	-0.9155	-0.1884	1.0511
Eq.(4)	0.5	1.0019	-0.9246	0.3954	/
Eq.(5)		1.0019	-0.9650	0.6639	-0.3881

$$F_B = a_0 + a_1 \frac{b}{W} + a_2\left(\frac{b}{W}\right)^2 \qquad (4)$$

$$F_B = a_0 + a_1 \frac{b}{W} + a_2\left(\frac{b}{W}\right)^2 + a_3\left(\frac{b}{W}\right)^3 \qquad (5)$$

表－3　ねじりの応力拡大係数

b/w	poisson's ratio 0.0	0.3	0.5
0.0	0.674	0.791	0.859
0.05	0.545	0.687	0.780
0.1	0.508	0.660	0.762
0.15	0.536	0.689	0.789
0.3	0.812	0.956	1.038

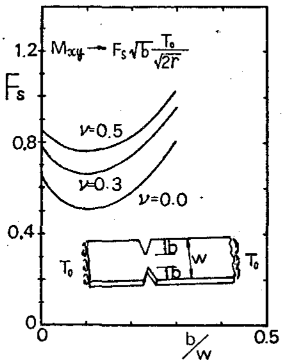
式(4)，(5)の係数は，$b/W=0.0$の値を固定して，表－１の計算値を用いて誤差の最小2乗法により決めた。表－2にはその係数を示す。表－１には近似式の表わす値および誤差をも示す。

式(4)の誤差が1%以下，式(5)が0.5%以下で十分精度のよい式である。

図－3および表－3には，ねじりを受ける場合のF_s値を示す。

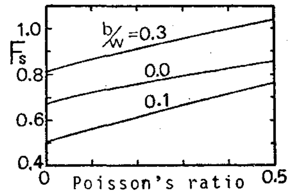
$b/W=0.0$のF_s値は，縁にクラックを有する半無限板がねじりを受ける場合から計算した値である。内部クラックを有する無限板がねじり荷重を受ける場合[4]は，$\nu=0.0$に対して$F_s=0.666$，$\nu=0.5$に対して$F_s=0.857$であり半無限板の場合とあまり変らない。

$b/W=0.3$以上のF_s値に対しては，計算値にバラツキが生じ確定値は得られなかった。図－4には，F_s値とポアソン比との関係を示す。ゆるい上向き凸の曲線であり，F_B値よりはνへの依存性が大きい。



図－3　ねじりの応力拡大係数

本報告に用いた型の有理写像関数を用いる方法が，薄板の曲げの問題の応力拡大係数を求めるのに一つの有効な方法として用いられる。



図－4　ねじりの応力拡大係数とポアソン比の関係

参考文献　[1] 長谷部：第31回年次学術講演会 I部

[2] 長谷部：室工大学報 24巻 1972　[3] R.Roberts他：Jour. Appl. Mech. Vol.34 1967-9　[4] G.C.Sih他：同上 Vol.29 No.2 1962　[5] G.H.Lee：同上 Vol.62 1940-6