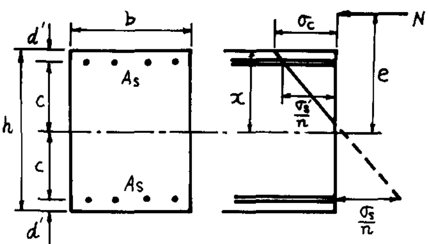
鉄筋コンクリート柱断面の最適設計

信州大学工学部　正　長　尚
信州大学工学部　学　○古川深夫

1　まえがき

偏心圧縮力を受ける鉄筋コンクリート柱断面の慣用設計法は，許容応力度設計法である。この場合経済的な設計として，従来の鉄筋コンクリート工学の参考書などでは，「コンクリートの応力度σ_cはその許容応力度σ_{ca}に等しくとり，鉄筋の応力度σ_sはその許容応力度σ_{sa}より小さくとると経済的な場合が多い。」といった程度の記述にとどまり，具体的な断面の決定法については触れられていない。本論文では，偏心圧縮力をコア外に受ける対称鉄筋長方形断面の高さおよび鉄筋量などの決定の問題を最適設計の問題として定式化し，これをモンテカルロ法で解く方法について述べる。なお経済性の評価の方法など基本的な考え方は，先に報告[1]した鉄筋コンクリート長方形断面の最適設計の場合と同様である。又対称鉄筋と限ったのは，実際に用いられる柱断面は対称鉄筋となる場合が多いからである。

2　制約条件



図－1

図－1に示す，コア外に偏心圧縮力を受ける対称鉄筋長方形断面について考える。この設計問題においては，予め与えられるものは一般に，軸力N，幅b，鉄筋の図心から縁端までの距離d'，曲げモーメントM（もしくは偏心距離e），コンクリートの許容応力度σ_{ca}，および鉄筋の許容応力度σ_{sa}であり，求めるものは高さhおよび鉄筋量A_sである。しかしここでは後述するような最適化計算の便宜を考えて，h，A_sをそのまゝ設計変数として用いないで，これらの代りに次に示すようなH，pを設計変数とする。$H=bh/N$，$p=A_s/(bh)$ ……(1)
さて図－1に示す柱断面の中立軸の位置を求める方程式およびσ_c，σ_s，σ_s'は次のように表わされる。
$x^3+3(e-0.5h)x^2+12neA_s/b\,x-6nA_s(2c^2+he)/b=0$ ……(2)　$\sigma_c=N/\{0.5bx+nA_s(2x-h)/x\}$ ……(3)　$\sigma_s=n(h-x-d')\sigma_c/x$ ……(4)　$\sigma_s'=n(x-d')\sigma_c/x$ ……(5)
ここで式(1)および$f=d'/h$ ……(6)，$m=e/h$ ……(7)，$k=x/h$ ……(8)を用いて式(2)～(5)を書き直すと次のようになる。$k^3+3(m-0.5)k^2+12mnpk-6np\{2(0.5-f)^2+m\}=0$ ……(9)　$\sigma_c=1/[\{0.5k+np(2k-1)/k\}H]$ ……(10)　$\sigma_s=n(1-k-f)\sigma_c/k=n(1-k-f)/[\{0.5k^2+np(2k-1)\}H]$ ……(11)　$\sigma_s'=n(k-f)\sigma_c/k=n(k-f)/[\{0.5k^2+np(2k-1)\}H]$ ……(12)　したがって制約条件は，$\sigma_c<\sigma_{ca}$，$\sigma_s\leq\sigma_{sa}$，$\sigma_s'\leq\sigma_{sa}$および$0.008\leq 2p\leq 0.04$（土木学会標準示方書 第50条）より次のようになる。$\{0.5k+np(2k-1)/k\}H\geq 1/\sigma_{ca}$ ……(13)　$\{0.5k^2+np(2k-1)\}H/(1-k-f)\geq n/\sigma_{sa}$ ……(14)　$\{0.5k^2+np(2k-1)\}H/(k-f)\geq n/\sigma_{sa}$ ……(15)　$0.004\leq p\leq 0.02$ ……(16)　これらの式においてkは式(9)の方程式の解であるが，mはhの関数であるから，設計変数Hを用いると次のように表わされ，$m=be/(HN)=\alpha/H$，$\alpha=be/N$ ……(17)，式(9)は次のようになる。

$k^3+3(\alpha/H-0.5)k^2+12\alpha np/H\cdot k-6np\{2(0.5-f)^2+\alpha/H\}=0$ ----(18)

3．目的関数

鉄筋とコンクリートの材料費の比を $q=C_s/C_c$ ····(19)（C_s, C_c は鉄筋およびコンクリートの単位体積当りの材料費）とすれば，単位長さ当りの費用 COST は次のようになる。$COST=V_cC_c+V_sC_s=bhC_c+2A_sC_s=(1+2pq)HNC_c$ ····(20) 式（20）において NC_c は常数であるから，COSTを最小にするためには次式を最小にすればよいことになり，これが目的関数である。すなわち，$Z=(1+2pq)H\longrightarrow min$ ····(21)

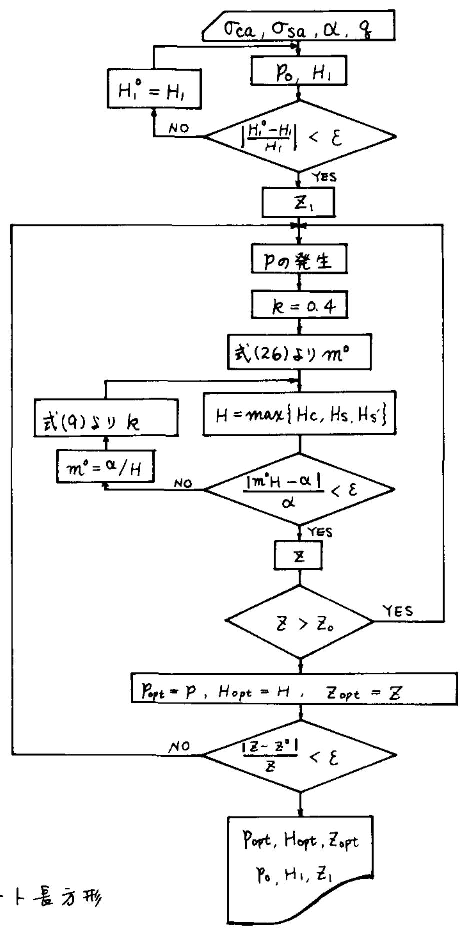
4．つりあい断面

コンクリートと鉄筋の最大応力度が，ちょうどそれぞれの許容応力度となるような断面，つまりつりあい断面における p，H をそれぞれ p_0，H_1 とすればこれらは式（2）および式（3）より次のように表わされる。$p_0=\{k_0+3(m_1-0.5)\}k_0^2/[12n\{(0.5-f)^2+m_1(0.5-k_0)\}]$ ····(22) $H_1=1/[\{0.5k_0+np_0(2k_0-1)/k_0\}\sigma_{ca}]$ ···(23) ここに $k_0=n\sigma_{ca}(1-f)/(n\sigma_{ca}+\sigma_{sa})$ ---(24) $m_1=\alpha/H_1$ ---(25) である。これらの p_0，H_1 を求めるには，p_0 の式中に H_1 が入っているから，H_1 を仮定して計算を始め，仮定値と式（23）の値が一致するまで繰り返し演算を行なう必要がある。

5．最適化計算

式（13）〜（15）で表わされる制約条件および式（20）で表わされる目的関数は，設計変数 p，H に関して非線形である。ここではこれをモンテカルロ法により解く。ただし収束を早めるために，乱数により発生させる変数は p のみとし，H はこの p に対応する，式（18）を満しかつ式（13）〜（15）の制約条件を満足する解を，図−2に示すような繰り返し演算で求めることにする。すなわち，m と H の間には式（17）で示される関係が成立しなければならないから，この式が満されるまで繰り返すのである。まず発生させた p と $k=0.4$ に対応する m^0 を式（9）より次のように仮定する。$m^0=\{-k^3+1.5k^2+12np(0.5-f)^2\}/\{3(k^2+4npk-2np)\}$ ···(26) 式（13）〜（15）の制約条件をすべて満す H は次式より求められる。$H=max\{H_c, H_s, H_s'\}$ ····(27) ここに $H_c=1/[\{0.5k+np(2k-1)/k\}\sigma_{ca}]$ ···(28)，$H_s=n(1-k-f)\sigma_{ca}H_c/(k\sigma_{sa})$ ···(29) $H_s'=(k-f)H_s/(1-k-f)$ ···(30) である。このHが式（17）を満すまで，$m^0=\alpha/H$ とおきかえて繰り返す。なお，f は常数とみなしても結果は殆ど変らないので便宜上 0.15 とする。

参考文献 1)長尚：鉄筋コンクリート長方形断面の最適設計，才30回土木学会年次講演会概要，1975.



図−2