

粒状体の平均間隙径について

岐阜大学工学部 正会員 宇野尚雄

玉野測量(株) 正会員。福田光治

1. まえがき

土の力学体系を考へるとき、土の構造をいかに表現するかは重要な問題である。文献(1)では、2次元粒状体を対象としているが、均等径の粒状体の構造表示法として、接触している粒子の中心を結んでできる多角形に着目して、 i 角形要素 ($i=3, 4, \dots$) の確率分布 P_i による表現法を提案した。エントロピー最大原理により求めた i 角形要素の分布 P_i が間隙比に影響されること、平均間隙径と P_i とらに間隙径と P_i などの関係が誘導されることを示した。本文はそれらを透水との関連で考へた際に重要な因子、間隙径に対する考察結果を述べる。

2. エントロピー最大原理による粒状体の間隙分布

2次元粒状体(丸棒積層体)に対する理論的・実験的研究の結果から次の関係を列挙すると、

$$(i) \quad P_i = \frac{\exp\{\beta[i-2-(2M/A)\cdot\bar{g}_i]\}}{\sum \exp\{\beta[i-2-(2M/A)\cdot\bar{g}_i]\}} \quad (1)$$

ここに M : 丸棒の本数, A : 全断面積, $\bar{g}_i$: i 点要素の平均面積, β は次式により決まる。

$$\sum_{i=3} \{i-2-\frac{2M}{A}\bar{g}_i\} \exp\{\beta(i-2-\frac{2M}{A}\bar{g}_i)\} = 0 \quad (2)$$

$$\text{丸棒の直径 } D \text{ と間隙比 } e \text{ との関係は } \quad 2M/A = 8/[\pi D^2(1+e)] \quad (3)$$

(ii) $\bar{g}_i$ は辺長を D とする正 i 角形の面積で近似できる。

$$(iii) \quad i \text{ 点要素の間隙比を } e_i, \text{ その平均値を } \bar{e}_i \text{ とすると } \quad \bar{e}_i = \bar{g}_i / [\pi D^2(i-2)/8] - 1 \quad (4)$$

$$(iv) \quad \text{間隙径も同様の添字をつけて } D_i^*, \bar{D}_i^* \text{ で記すと } \quad \bar{D}_i^* = \sqrt{4\bar{g}_i/\pi - D^2(i-2)/2} \quad (5)$$

$$(v) \quad \text{平均接点数 } \mu \text{ は } \quad \mu = 2 + 4/[\sum_{i=3} i P_i - 2] \quad (6)$$

(vi) 式(1), (2), (3) により $i \sim e \sim P_i$ 関係, さらに式(4) によりこれらと $\bar{e}_i$ との関係, 同様に式(5) により $\bar{D}_i^*$ との関係, 式(6) により μ との関係が判明する。

3. 平均間隙径

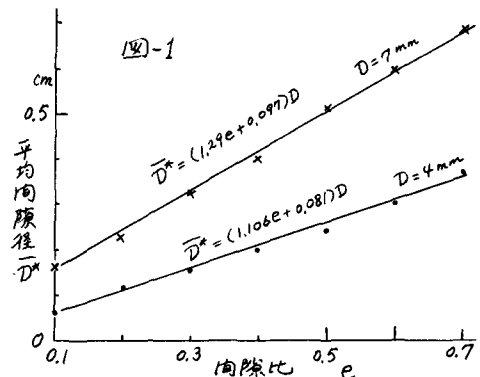
粒状体としての平均間隙径 $\bar{D}^*$ は i 点要素の平均間隙径 $\bar{D}_i^*$ と P_i により次式で与えられる。

$$\bar{D}^* = \sum_{i=3} P_i \bar{D}_i^* \quad (7)$$

式(7) により計算される $\bar{D}^*$ と間隙比 e との関係は $D=7\text{mm}$, $D=4\text{mm}$ の場合について算出すると、図-1 のようであって、両者の平均的間隙を求めると、

$$\bar{D}^* = (1.20e + 0.09) \cdot D \quad (8)$$

式(8) は平均間隙径が粒径に比例し、さらに間隙比に比例するという近似の関係であって、興味深いものがある。



4. 毛管上昇高と平均間隙径

径 R の毛管上昇高 h_c は接触角 $\alpha=0$, 水の表面張力を T_s , 水の単位体積重量を γ_w として

$$h_c = 4 T_s / [R \gamma_w] \quad (9)$$

管径 R を式(8)の $\bar{D}^*$ でおきかえ, 15°C の $T_s = 0.075 \text{ g/cm}$ を用いると

$$h_c = 0.300 / [(1.20e + 0.09) \cdot D] \quad (10)$$

ここに $\gamma_w = 1 \text{ g/cm}^3$ とし, $D(\text{cm})$, $h_c(\text{cm})$ の元である。

式(10)の D は均等な丸棒の粒径で

あるが, これに相当するものとして土試料の平均粒径を粒度から粒子数を考慮して求めて $\bar{D}$ とする。 $\bar{D}$ と有効径 D_o を数種類の土に対して調べた結果が表-1である。 $\bar{D} \approx D_o$ である。

そこで式(10)の $D \rightarrow \bar{D} \rightarrow D_o$ とおきかえると

$$h_c = 0.300 / [(1.20e + 0.09) D_o] \quad (11)$$

一方, よく知られている関係式:

$$h_c = C / (e D_o), \quad C = 0.1 \sim 0.5 \text{ cm}^2 \quad (12)$$

について, その精度を調べたのが表-2である。式(11)による計算値と式(12)によるものとをそれぞれLaneらの実験値と比較してあるが, 式(11)の方がよい精度を有し, 明確なことがわかる。

5. 透水係数との関連

細管中の流れをPoiseuille則に基づいて考察してみると, 長さ Δl のところで水が屈曲して $\Delta l e$ の距離だけ流れるとき, 屈曲度を $T = \Delta l e / \Delta l$ として透水係数は

$$k = \gamma_w R^2 n / (32 \eta T^2) \quad (13)$$

式(13)の R にかえて式(8)の $\bar{D}^*$ を用いると(2)粘性係数, n :空隙率)

$$k = \frac{\gamma_w}{32 \eta} \cdot n (1.20e + 0.09)^2 \frac{D_o^2}{T^2} \quad (14)$$

$$\text{または} \quad T = (1.20e + 0.09) D_o \sqrt{\frac{\gamma_w n}{32 \eta k}} \quad (15)$$

定義により屈曲度は $T > 1$ であるが, 牧の実験資料を用いて²⁾式(15)より屈曲度 T を算出してみたところ, 表-3のようになって, 同一試料に対しては $T \approx \text{const}$ である。

以上, 2次元粒状体に対して得られた平均間隙径の式(8)は砂質土にかたまりよく適合することがわかった。

参考文献 1) 宇野・福田; イントロピー最大原理による粒状体の空隙分布, 土木学会30周年誌, pp. 396~397 (1975), 2) 牧元忠: 土の透水性に関する研究, 昭和49年度峡大卒論, 3) Lane, K.B and D.E. Washburn: Capillary Tests by Capillaritymeter and by Soil Fields Tube, Proc Highway Research Board, 1946

表-1 平均粒径と有効径

試料	$\bar{D}(\text{mm})$	$D_o(\text{mm})$	$\bar{D}/D_o$
長良川砂 ²⁾	0.17	0.16	1.1
標準砂 ²⁾	0.15	0.14	1.1
エルベ川セシ [*]	0.13	0.12	1.1
No. 1-1 ^{**}	0.51	0.56	0.9
No. 1-2 ^{**}	0.07	0.13	0.6
No. 1-3 ^{**}	0.09	2.36	0.3
No. 2-2 ^{**}	0.04	0.12	0.4

*ア-カ-リオフ: 土の構造, 山海堂, 1938
** 松尾 邦義: 土の透水性に関する一考察, 土と基礎, No. 56, pp. 23-29 (1969)

表-2 毛管上昇高

$D_o(\text{mm})$	e	$h_c(\text{cm})$			$\bar{D}/\bar{D}$	$\bar{C}/\bar{C}$
		③ Laneらの実験 ²⁾	④ 式(12)	⑤ 式(11)		
0.82	0.27	5.4 ~ 6.0	4.5 ~ 22.6	8.8	0.8 ~ 4.0	1.5
0.20	0.45	28.4 ~ 20.0	1.1 ~ 5.6	23.8	0.1 ~ 0.2	1.0
0.30	0.29	106.0 ~ 68.0	11.5 ~ 57.5	22.8	0.1 ~ 0.7	0.3
0.11	0.27	82. ~ 60.	33.7 ~ 168.4	65.9	0.5 ~ 2.4	0.9
0.03	0.36	165.5 ~ 112.	92.6 ~ 463.0	191.6	0.7 ~ 3.3	1.4

表-3 屈曲度 (a) 長良川砂

e	n	$k(\text{cm/sec})$	T
0.841	0.457	2.58×10^{-2}	3.26
"	"	2.68 "	3.18
0.792	0.442	2.24 "	3.24
0.783	0.439	2.50 "	3.03
"	"	2.04 "	3.35
0.748	0.428	1.93 "	3.27
"	"	1.86 "	3.33

(b) 豊浦標準砂

e	n	$k(\text{cm/sec})$	T
0.739	0.425	2.42×10^{-2}	2.54
"	"	2.32 "	2.59
0.695	0.410	1.92 "	2.64
"	"	2.04 "	2.57
"	"	1.85 "	2.69
0.653	0.395	1.69 "	2.61