

風化泥岩締固め土の非線形応力～ひずみ関係

成功大学 工学院 正○宋 永焜
名古屋大学工学部 正 川本 謙万

I 始めに 有限要素法を土や岩盤の応力解析に適用する際に最も重要なポイントはその構成方程式をどのようにとるかということである。構成方程式の組みこみの巧劣によつては計算結果が現場での挙動と相反する結果にもなりかねない。土質の応力～ひずみ関係は一般に非線形であり、この形状に影響する因素は土の種類、組成、構造、密度、含水比等のほかに作用荷重の種類方式等がある。この複雑な土の非線形応力～ひずみ関係を有限要素法のなかに組みこむ数学的方法としては双曲線表示法、スプライン関数法、指数表示法、その他経験的方法等があるが、最も知られているのが Kondner⁽¹⁾ および Duncan⁽²⁾ による双曲線表示である。Duncan⁽²⁾ の研究は Kondner の手法を利用して非線形応力解析を行ない有限要素法による解と基礎の模型試験による解を比較している点においては優れているが、砂質土の場合だけを検討している。したがつて含水比等が大きく影響する粘性土の場合はどうかということに至つてはなにも分らない。この点を考慮して最近 Daniel⁽³⁾ が締固め粘土を用いて同様な解析を行なつてゐる。この研究が前述のものとなつてゐる点は次のようである。(1) 斜面破壊時に *Work-softening* の挙動をもつ風化泥岩粘土の締固め供試体をもつて試験した。(2) 含水比の違いによる非線形応力～ひずみ関係が討論されている。(3) 風化泥岩粘土は複雑な物理化学的なプロセスを経て生成されたものであり、一般粘性土の挙動とは大いに異なるところがある。著しい膨張がその一例である。(4) 近年、Skempton⁽⁴⁾ Bjerrum⁽⁵⁾ によつて研究されている過圧密粘土(または泥岩土) 斜面の *Progressive Failure* の解析を有限要素法で行なおうとする試みがある⁽⁶⁾。このためにも泥岩土の非線形応力～ひずみ関係を明確に把握することは重要なことである。

II 双曲線表示による応力～ひずみ関係 Kondnerによれば Fig. 1 に示す応力～ひずみ曲線に対して双曲線は2つの漸近線をもつ。

$$\begin{aligned} \varepsilon + \alpha &= 0 \\ \sigma - \beta &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

これを双曲線方程式は次のように書ける。

$$\varepsilon\sigma - \beta\varepsilon + \alpha\sigma = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\varepsilon}{\sigma} = a + b\varepsilon \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{ここで} \quad a &= \frac{\alpha}{\beta} \\ b &= \frac{1}{\beta} \end{aligned} \quad (4)$$

(3)式の関係から Fig. 2 のように $\frac{\varepsilon}{\sigma} \sim \varepsilon$ の関係図が描かれる。

(3)式を書き換えると

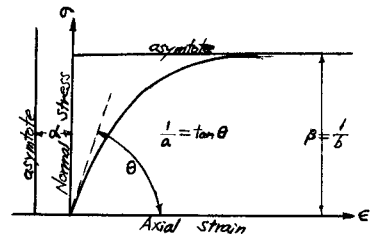


Fig. 1 Rectangular Hyperbolic Representation of Stress-Strain

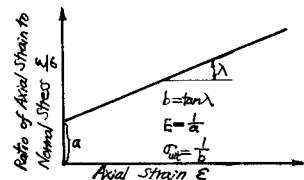


Fig. 2 Transformed Hyperbolic Representation of Stress-Strain

$$\sigma = \frac{\varepsilon}{a+b\varepsilon} \quad (5)$$

上式から次の関係がでてくる。

$$\sigma_{ult} = \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \sigma = \frac{1}{b} \quad (6)$$

$$E_i = \left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right)_{\varepsilon=0} = \frac{1}{a} \quad (7)$$

ここで式(5)の a , b の物理的意義は各々、初期弾性係数、極限強度の逆数であることが分る。ここで含水比 16.5% の締固め供試体について、3軸試験で描かれる双曲線関係を Fig. 2 のような直線関係にプロットした一例が Fig. 3 である。この直線は破壊強度の 75%, 95% を通過するようにプロットしてあるが、その直線性は極めて良好であることが分る。この場合、供試体を作るために行なつた締固め曲線を Fig. 4 に示す。以下述べる供試体はすべて、締固めエネルギー $E_c = 7.32 \frac{\text{kg-cm}}{\text{cm}^2}$ の供試体について行なつたものである。次に (6), (7) 式を (5) に代入し R_f (Failure Ratio) を定義すると次のようになる。

$$\sigma = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{E_i} + \frac{R_f \varepsilon}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}} \quad (8)$$

$$\text{ただし} \quad R_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}} \quad (9)$$

(9) 式の R_f を計算するために、一例を最適含水比 15% の供試体について、各拘束圧力の別に計算して見ると Table-1 のようになる。この表から R_f は 9.9 を平均値として変動していることが分る。他の含水比についても、大体同じ傾向が見られる。ゆえに、以下の計算には $R_f = 9.9$ を採用することにする。

Ⅲ 双曲線表示法と3軸圧縮試験値(非排水、非圧密試験)の比較
式(8)を3軸試験時の応力形に書き換えると次式のようになる。

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{E_i} + \frac{R_f \varepsilon}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}} \quad (10)$$

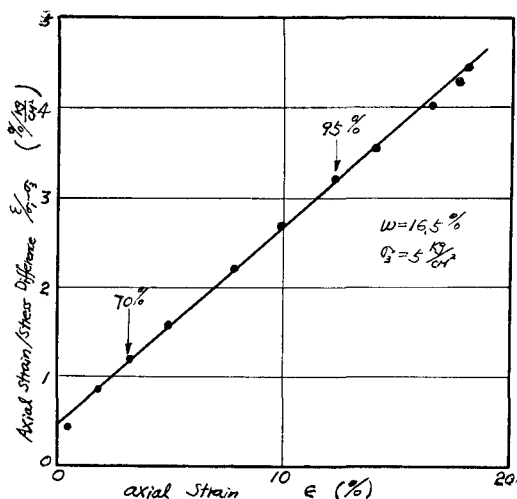


Fig. 3 Transformed Hyperbolic Stress-Strain Curve for Weathered Mudstone

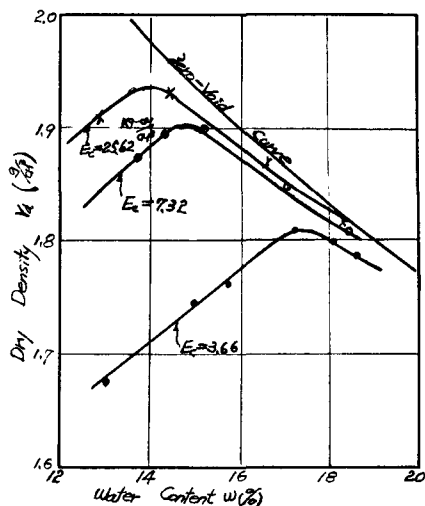


Fig. 4 Compaction Curve of Weathered Mudstone

Table-1 a , b , R_f Value for Compacted Weathered Mudstone

$w=15$ σ_3 (kg/cm²)	a (%/10 cm²)	b (1/kg cm²)	E_i (kg/cm²)	σ_{ult} (kg/cm²)	$(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ (kg/cm²)	R_f
2	0.36	0.139	277.8	7.19	5.77	9.8
3	0.28	0.126	357.1	7.94	6.83	9.86
5	0.15	0.103	666.7	9.7	8.96	9.92

上式と実際の三軸試験時に適用できるようにするには E_c と $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ を σ_3 の関数として表わすことができたが都合である。そうすれば $R_f = 0.9$ で常に一定であるから (10) 式は常に $\sigma_1 - \sigma_3$, σ_3 , ε の関数となり、実際の三軸試験時のプロセスと一致して便利である。Janbu⁽⁷⁾ によれば E_c と σ_3 の関係は次のようになることが知られている。

$$\frac{E_c}{P_a} = K \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \quad (11)$$

ここで P_a は大気圧力、 K , n , は常数である。そこで両対数グラフを用いて縦軸に $\frac{E_c}{P_a}$, 横軸に $\frac{\sigma_3}{P_a}$ を取り、各含水比の締固め土試体について、プロットしたのが Fig. 5 である。この場合、 n は直線の傾斜を表わし、 K 値は $\frac{\sigma_3}{P_a} = 1$, とおいた時の $\frac{E_c}{P_a}$ 値である。式 (11) は実験中においても大気圧の変動は 1 気圧の 1% を越えないので $E_c = K(\sigma_3)^n$ と表わせる。Fig. 5 から K , n , 値をあげて見ると次のようになる。

$$W = 12\%, \quad K = 300, \quad n = 0.56$$

$$W = 15\%, \quad K = 155, \quad n = 0.875$$

$$W = 16.5\%, \quad K = 200, \quad n = -0.375$$

すなわち、締固め土は最適含水比から乾燥側において締固めた場合のみ n 値は正になる。

次に三軸試験の場合、 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ と拘束圧 σ_3 は一般に、Fig. 6 のように直線関係にある。この図から締固め土では、乾燥側供試体の方が σ_3 の増加と共に急激に $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ が増加することが分る。今この直線関係を下式のようにおくとする。

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = e + \sigma_3 \tan f \quad (12)$$

Fig. 6 から各締固め含水比のもとでの e , f 値が求められる。すなわち、

$$W = 11\%, \quad e = 0.95, \quad f = 62.5^\circ$$

$$W = 15\%, \quad e = 3.7, \quad f = 46^\circ$$

$$W = 16.5\%, \quad e = 3.6, \quad f = 7^\circ \quad \text{である。}$$

ところで式 (11), (12) を式 (10) に代入し、 $R_f = 0.9$ を入れると次のような式になる。

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon}{K \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n + \frac{0.9 \varepsilon}{e + \sigma_3 \tan f}} \quad (13)$$

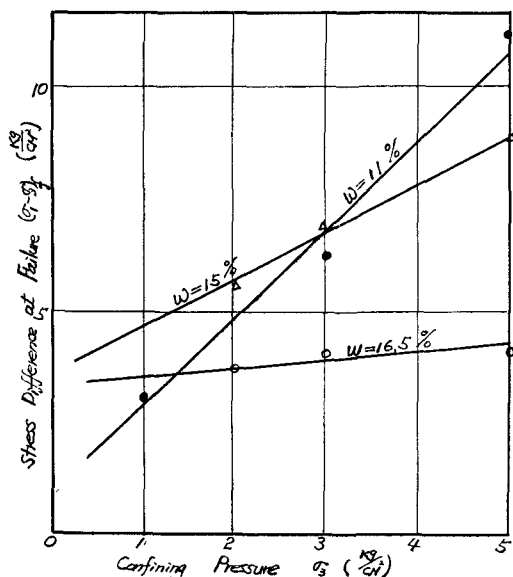
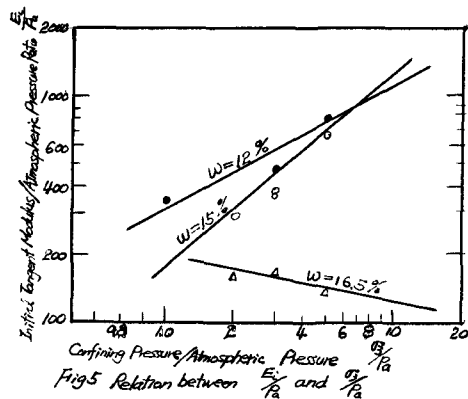


Fig. 6 Relation between Stress Difference at Failure and Confining Pressure

一例として、含水比 $w = 15\%$ の場合を考えると ($K=13.5$, $n=0.975$, $e=3.7$, $f=46^\circ$) 次式のようになる。

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{\%}^w = \frac{\varepsilon}{13.5 \left(\frac{2}{f} \right)^n + \frac{0.97 \varepsilon}{3.7 + 5 \tan 46^\circ}} \quad (14)$$

式(14) から大気圧を常に一定とすると、応力レベルは軸ひずみ ε と拘束圧力 σ_3 の関数だけになり、3軸圧縮試験の結果から直接にプロットすることが出来る便利さを持っていることが分る。Fig. 7 は式(14)を利用して拘束圧 $\sigma_3 = 2 \sim 5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ の範囲でプロットしたものであり、理論値と実験値を比較対照してある。この図から分るように拘束圧が $2 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ ではやや、偏離する傾向にあるが、 $\sigma_3 = 3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ 以上では実験値とよく合うことが分る。 $\sigma_3 = 2 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ の場合における偏離は $0.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ より小であり、他の誤差を考えると許容誤差の範囲内にあるものと考えられる。

Ⅳ 結論 この研究から Kondner の双曲線表示法は一般の自然土のみならず、顕著な膨張エネルギーを有する締固め泥岩土にも適用できることが分った。低拘束圧のもとでは実験値がやや理論値から偏離するが、 $\sigma_3 = 3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ 以上ではほぼ正確に一致する。また締固め土の場合、含水比が精度に大きく影響するが、少なくとも最適含水比の前後においては、応力ひずみ関係に影響する因素はほぼ、正常な値になり、実測の締固めにおいてもそのような含水比を採用するのであまり問題は無い。この研究において残された問題は締固め土の3軸圧縮試験における軸ひずみや拘束圧がどのようにポアソン比に影響を及ぼすかということである。この問題を解明して、始めて有限要素法への適用が可能になるので今後の研究目標として追及したい。

参考文献:

- (1) Kondner, R.L.: Hyperbolic stress-strain Response: Cohesive Soils, Proc. A.S.C.E. 89 (SM1) 1963, pp145-148
- (2) Duncan, J. M. etc.: Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils, Proc. ASCE 96 (SM5) 1970, pp1619-53
- (3) Daniel, D.E. etc.: Stress-Strain Properties of Compacted Clays, Proc. ASCE 100 (GT10) 1974, pp1123-36
- (4) Skempton, A.W.: Long-term Stability of Clay Slopes: Geotechnique 14(2) 1964, pp97-101
- (5) Bjerrum, L.: Progressive Failure in Slopes of Overconsolidated Plastic Clays and Clay shales, Proc. A.S.C.E. 93 (SM5) 1967, pp3-49
- (6) Lo, K.Y. etc.: Analysis of Progressive Failure in Clay Slopes, Proc. 8th Intern. Conf. Soil Mech. Found. Eng. 1973, pp251-258
- (7) Janbu, N.: Soil Compressibility as Determined by Oedometer and Triaxial Tests: Proc. European Conf. Soil Mech. Found. Eng. 11(1) 1963, pp19-25

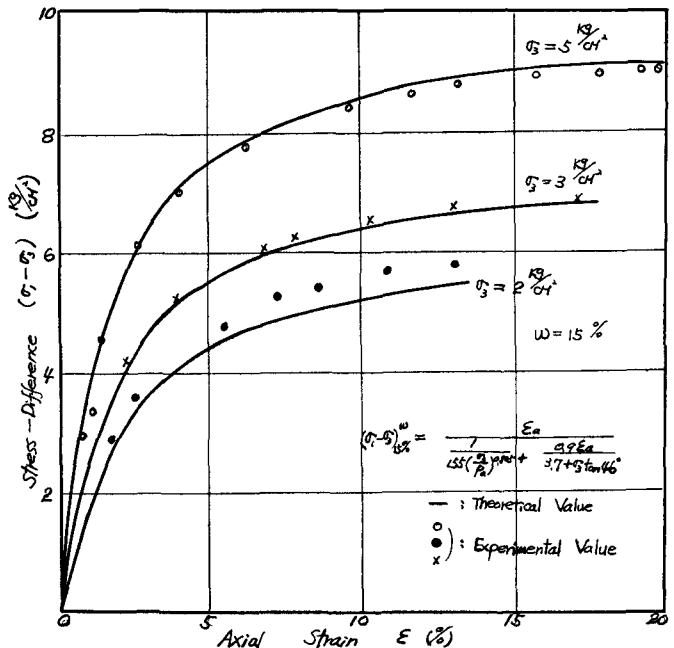


Fig. 7 Calculated and Experimental Stress-Strain Curves for Unconsolidated Undrained Test