

2 相流としての不飽和鉛直浸透解析

名古屋大学工学部 学生員 森下 忠司

1. まえがき

不飽和鉛直浸透の解析において、従来の浸透モデルでは空気の流れがほとんど無視されている。そのため、間隙空気圧が上昇する場合については、満足な結果が得られていない。本報では、間隙空気の効果を取り入れるために、採油工学の分野で行なわれている混相流の取り扱い方法を不飽和鉛直浸透に応用した。不飽和浸透を空気と水の2相流と考えて基礎式を記述し、間隙空気開放と閉塞の両方の場合について差分計算を行なって、その結果を実験値と比較した。

2. 基礎式

空気と水の鉛直一次元流れに対して、連続式と不飽和Darcy則を適用すれば、次の2つの非線形偏微分方程式が得られる。

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} = - \frac{\partial V_w}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k \cdot k_{rw}}{\mu_w} \left(\frac{\partial P_w}{\partial z} - \rho_w g \right) \right] \quad (1)$$

$$\phi \frac{\partial S_a}{\partial t} = - \frac{\partial V_a}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k \cdot k_{ra}}{\mu_a} \left(\frac{\partial P_a}{\partial z} - \rho_a g \right) \right] \quad (2)$$

S_w, S_a ; 水, 空気の飽和度

k_{rw}, k_{ra} ; 水, 空気のrelative permeability

μ_w, μ_a ; 水, 空気の粘性係数

P_w, P_a ; 水, 空気の圧力

ρ_w, ρ_a ; 水, 空気の密度

V_w, V_a ; 水, 空気のDarcy流速

k ; absolute permeability

g ; 重力加速度

ϕ ; porosity

z ; 地表からの深さ

t ; 時間

土粒子間隙中に空気と水ののみが存在するとすれば、飽和度に対して(3)式が成立する。混合しない2流体の圧力の間には差が生じる。不飽和浸透での圧力差はCapillary pressure: P_c となる。 P_c は飽和度の関数であり、(4)式が成立する。

$$S_w + S_a = 1.0 \quad (3) \quad P_c = P_a - P_w = f(S_w) \quad (4)$$

以上が基礎式であるが、(1)(2)の偏微分方程式をそのまま解くのは計算上好しくないで、若干の式の展開を行なう。(1)(2)式を知らせて、左辺に(3)式の関係を代入すれば左辺はゼロになる。そのうち z について積分すれば、左辺は t のみの関数 $V(t)$ になる。一方、(1)式に(4)式を代入する。上述のような式の展開のうち、次に示すような無次元量を導入すれば、(5)、(6)式が得られる。

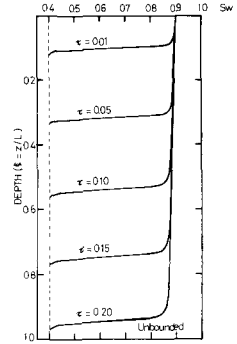


Fig.1-Progress of saturation profile with time ($\phi=0$)

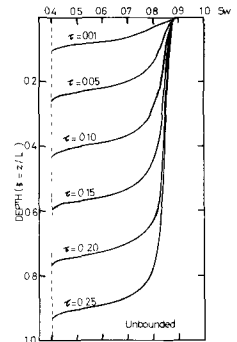


Fig.2-Progress of saturation profile with time ($\phi Sw 0.3=0.1$)

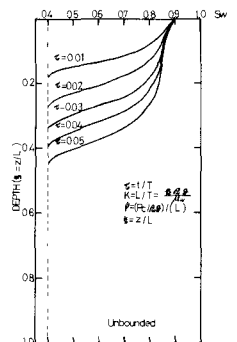


Fig.3-Progress of saturation profile with time ($\phi Sw 0.3=0.5$)

$\xi = z/L$, $\tau = t/L$, $\eta = (R_a/R_w g)/L$, $\psi = (P/R_w g)/L$
 $v = V/K = V/(L/T)$, ここで $L = \text{土層厚}$, $T = L/K$, $K = (R_w g)/\mu_w$

$$v = \frac{\eta_1 - \eta_2 + \int_1^2 \frac{d\psi}{1 + \frac{R_a}{\mu_a} \frac{\mu_w}{R_w}} + \int_1^2 \frac{d\xi}{1 + \frac{R_a}{\mu_a} \frac{\mu_w}{R_w}}}{\int_1^2 \frac{1}{R_w + \frac{\mu_w}{\mu_a} R_a} d\xi} \quad (5)$$

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial \tau} = - \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{1}{1 + \frac{R_a}{\mu_a} \frac{\mu_w}{R_w}} \left(v + \frac{\mu_w}{\mu_a} R_a \left(\frac{\partial \psi}{\partial \xi} + 1 \right) \right) \right] \quad (6)$$

1: Upper boundary 2: Lower boundary を意味する。

(5)(6)式が不飽和鉛直浸透の基礎式である。(5)式において、初期条件と境界条件が与えられれば簡単な積分によって v を求めることができる。 v の値を差分表示した(6)式に代入すると、 Δt 後の飽和度分布が得られる。

3. 実験

本体は直径15cm、長さ220cmのフランジ付き透明アクリルパイプを10個接続したものである。一定の湛水深が得られるように、上部に越流堰を設けた。飽和度は抵抗式プローブで測定しデータレコーダに電圧の変化として記録したものをA/D変換し、時間的変化を求めた。砂(Sand1)は、 $D_{10}=0.132\text{mm}$, $D_{30}=0.160\text{mm}$, $D_{60}=0.225\text{mm}$ のものを使用した。

4. 結果

Fig-1,2,3,4の計算結果は間隙空気開放で、地表での飽和度0.9, 初期飽和度0.4の場合とある。 R_w, R_a は2次式と仮定している。 ψ の大きさの違いによって、浸潤前線付近の形状に差異が見られる。Fig-5は一定飽和度の時間的進行状況を示し、実験値と計算値の良好一致が見られる。計算において、Capillary pressure と R_w は Fig 6, Fig 7 の関係を用いた。Fig 8, 9 は間隙空気閉塞の場合の計算結果である。間隙空気圧の上昇に伴う浸透能の減少及び Fig 2 に比較して、間隙空気圧の影響により浸潤前線の進行が極めて遅くなっていることが判る。

以上のように、不飽和浸透は空気と水の2相流であるという考え方を基礎として、極めて汎用性の高い数学モデルが得られた。また、空気と水に対する2つの偏微分方程式を連立させて解く困難さは、(5)(6)式に展開することによって克服された。

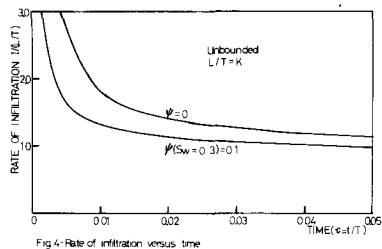


Fig 4- Rate of infiltration versus time

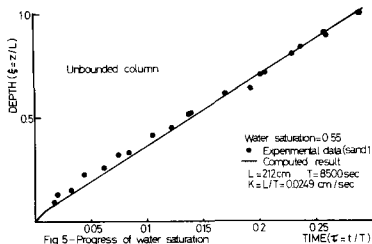


Fig 5- Progress of water saturation

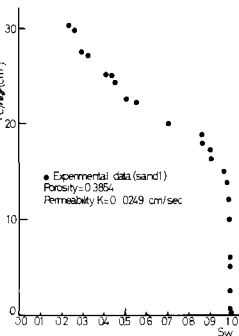


Fig 6- Capillary pressure versus water saturation

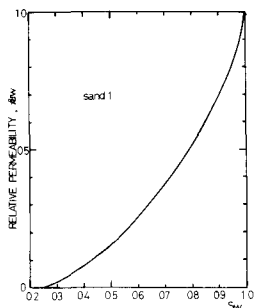


Fig 7- Relative permeability versus water saturation

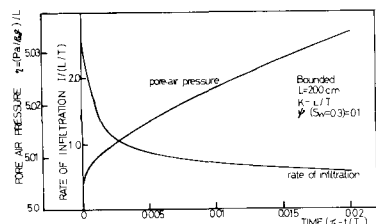


Fig 8- Pore-air pressure and rate of infiltration versus time

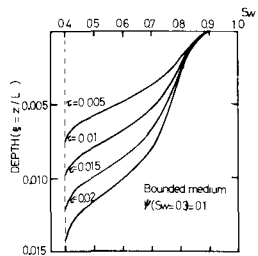


Fig 9- Progress of saturation profile with time