

非定形波の反射率測定に関する一考察

名古屋工業大学 正会員 后田 田
同 大学院 準会員 ○吉松邦明

1. はしがき

浅水領域で見られる二次波峰現象、あるいはSolitonとして知られている非定形波は、非線型波動の最も単純なものの一つであろう。この波の挙動を解明することは、非線型波の理解に大いに役立つものと考えられる。本研究は、このような非定形波の反射率を測定する一方法を提案するものである。

2. 解析の理論

水槽内の基準点から Δx おきに Q 台の波高計を設置し、同時時間波形を得るものとする。反射波の波数を ν とすれば、波形 $\eta(t, x)$ の一般式は次式のようになる。

$$\eta(t, x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{\omega=0}^{\infty} A(k, \omega) \exp i(kx - \omega t) \quad (1)$$

二次波峰現象は、二次波峰発生間隔 Δx ごとに時間波形が同一になるという特性を持っている。このことは、波数 k と角周波数 ω に関する線スペクトルによって波形を表示することができることを意味する。スペクトルを構成する成分波の中で、振幅の大きな成分波の振幅を a_{mn} とし、その反射した成分を b_{mn} と表わす。 a_{mn} の k と ω の関係は、図-1に示した波数・周波数スペクトルで表わされるものである。このような成分波によって $\eta(t, x)$ を近似的に表わすと次のようになる。

$$\begin{aligned} \eta(t, x) = & \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 a_{mn} \exp i(k_m x - \omega_n t + \theta_{mn}) \\ & + \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 b_{mn} \exp i(-k_m x - \omega_n t + \theta_{mn}) \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、上述した基準点 $x = x_0$ で得られる時間波形を周波数 ω_n について調和解析すると、 n 番目の調和波の振幅として複素数 X_n が得られ、 X_n は次式のように表示できる。以後、周波数を示す添字 n は必要のない限り省略することにする。

$$X(x_0) = \sum_{m=1}^3 \left[a_m \exp i(k_m x_0 + \theta_m) + b_m \exp i(-k_m x_0 + \theta_m) \right] \quad (3)$$

k_m と ω_n は図-1からもわかるように、次式のように表示することができる。

$$\begin{aligned} k_m &= 2\pi \left(\frac{n}{L} + \frac{m-1}{\Delta x} \right) \\ \omega_n &= 2\pi n / T \end{aligned} \quad (4)$$

つぎに、基準点から Δx 離れた地点での時間波形を調和解析して得られる n 番目の調和波の振幅は次のようになる。

$$\begin{aligned} X(x_0 + \Delta x) = & \sum_{m=1}^3 \left[a_m \exp i(k_m x_0 + \theta_m) \right. \\ & \left. + \exp i(k_m \Delta x) + b_m \exp i(-k_m x_0 + \theta_m) \cdot \exp i(-k_m \Delta x) \right] \end{aligned} \quad (5)$$

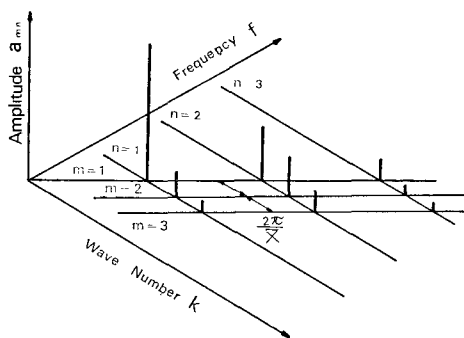


図-1 波数・周波数振幅スペクトル

$$\left. \begin{aligned} \text{ここで、 } A &= a_1 \exp i(k_1 x_0 + \theta_1), \quad B = b_1 \exp i(-k_1 x_0 + \theta_1) \\ C &= a_2 \exp i(k_2 x_0 + \theta_2), \quad D = b_2 \exp i(-k_2 x_0 + \theta_2) \\ E &= a_3 \exp i(k_3 x_0 + \theta_3), \quad F = b_3 \exp i(-k_3 x_0 + \theta_3) \\ \alpha &= \exp i(k_1 \Delta x), \quad \beta = \exp i(k_2 \Delta x), \quad \gamma = \exp i(k_3 \Delta x) \end{aligned} \right\} (6)$$

とあくと、(5)式は(7)式のように簡単な表示となる。

$$X(x_0 + \Delta x) = A\alpha + B\frac{1}{\alpha} + C\beta + D\frac{1}{\beta} + E\gamma + F\frac{1}{\gamma} \quad (7)$$

一般に、 $P\Delta x$ 離れた点での波形を解析すると(8)式が得られる。

$$X(x_0 + P\Delta x) = A\alpha^P + B\frac{1}{\alpha^P} + C\beta^P + D\frac{1}{\beta^P} + E\gamma^P + F\frac{1}{\gamma^P} \quad (8)$$

式を簡単にするために $X(x_0)$ から順番に $X_1, X_2, \dots, X_q$ とする。(8)式で示される q つの連立方程式として解く。未知数は(6)式の左辺で示される $A \sim F, \alpha, \beta, \gamma$ である。まず $A \sim F$ を順番に消去し、 α, β, γ を求めることにすると、(9)式で示するような実数の値である U, V, W を新たに変数とする(10)式のような連立一次方程式を解く問題に置き換えられる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha + \frac{1}{\alpha} + \beta + \frac{1}{\beta} + \gamma + \frac{1}{\gamma} &= U, \quad (\alpha + \frac{1}{\alpha})(\beta + \frac{1}{\beta})(\gamma + \frac{1}{\gamma}) = W \\ (\alpha + \frac{1}{\alpha})(\beta + \frac{1}{\beta}) + (\beta + \frac{1}{\beta})(\gamma + \frac{1}{\gamma}) + (\gamma + \frac{1}{\gamma})(\alpha + \frac{1}{\alpha}) &= V \end{aligned} \right\} (9)$$

$$\left. \begin{aligned} X_1 + 3X_3 + 3X_5 + X_7 - U(X_2 + 2X_4 + X_6) + V(X_3 + X_5) - WX_4 &= 0 \\ X_2 + 3X_4 + 3X_6 + X_8 - U(X_3 + 2X_5 + X_7) + V(X_4 + X_6) - WX_5 &= 0 \\ X_3 + 3X_5 + 3X_7 + X_9 - U(X_4 + 2X_6 + X_8) + V(X_5 + X_7) - WX_6 &= 0 \end{aligned} \right\} (10)$$

この式を解いて U, V, W が求まると、 $(\alpha + \frac{1}{\alpha}), (\beta + \frac{1}{\beta}), (\gamma + \frac{1}{\gamma})$ の値は(9)式の関係から明らかなように(11)式の三次方程式の3根として得られる。

$$Y^3 - UY^2 + VY - W = 0 \quad (11)$$

この場合、 $k_3 > k_2 > k_1$ であるから $k_3 \Delta x < \pi$ の範囲ならば、 $(\alpha + \frac{1}{\alpha}) > (\beta + \frac{1}{\beta}) > (\gamma + \frac{1}{\gamma})$ となりこの条件から α, β, γ を決定することが可能である。また $A \sim F$ は(8)式で表示される q つの方程式の中から6つを使って連立一次方程式を解けば求められる。各成分波の反射率 λ_j ($j = 1, 2, 3$)は次のようにして得ることができる。

$$\lambda_1 = \left| \frac{B}{A} \right|, \quad \lambda_2 = \left| \frac{D}{C} \right|, \quad \lambda_3 = \left| \frac{F}{E} \right| \quad (12)$$

以上の操作を次の高波数について順次行なうと、反射率の波数・高波数特性を調べることができる。実験は長さ26.4 m、幅0.6 m、高さ1.0 m、一端に約1/10均配の扉戸を敷いた片面ガラス張りの水槽を用いた。なお、この実験データの解析は続行中である。

最後に、本研究および実験に際して協力をいただいた学部学生岩田互司、春田賢太郎両君に感謝の意を表します。

<参考文献> 1) 石田 昭、石田和生；浅水領域における波形の分裂現象 第20回海岸工学講演会論文集
2) 石田 昭；浅水領域での分裂波Solitonの特性について 第22回海岸工学講演会論文集