

# 槽粗度上の乱流について

岐阜大学 工学部 正員 河村 三郎  
 岐阜大学 工学部 正員 〇久保田 総

表 1

| RUN | mean depth D | mean velocity U | shear velocity $u_\tau$ | $Re_{D, u_\tau}$ | $Fr$ |   |
|-----|--------------|-----------------|-------------------------|------------------|------|---|
| A-1 | 5.00         | 40.50           | 3.74                    | 2.28             | 0.58 | ○ |
| A-2 | 5.06         | 35.88           | 3.51                    | 2.26             | 0.51 | ● |
| A-3 | 5.05         | 41.65           | 3.76                    | 2.56             | 0.59 | ▲ |
| A-5 | 7.05         | 28.52           | 2.43                    | 2.34             | 0.34 | ▲ |
| B-2 | 15.36        | 26.57           | 1.57                    | 5.08             | 0.22 | ○ |
| B-3 | 20.42        | 25.40           | 1.03                    | 5.78             | 0.18 | ○ |
| B-6 | 6.10         | 21.32           | 1.80                    | 1.13             | 0.28 | ○ |
| B-7 | 4.21         | 23.68           | 1.93                    | 0.87             | 0.37 | ● |
| C-8 | 12.80        | 47.51           | 5.51                    | 4.64             | 0.42 | ● |
| C-9 | 15.30        | 35.96           | 4.18                    | 4.20             | 0.29 | ○ |

1)はじめに 人工粗度上の流れに関する研究は古くから多くの研究者の興味を引きつけており、多数の成果が報告されている。また、人工粗度上の乱流特性量の研究は Grass, Blinco-Pantheniades 等によって広範に行われているが、それらは乱流測定手法に疑問が残っているために、より多くの乱流計測の結果の集積が望まれる。そこで、われわれは、粗面モデルとして、現存までに比較的良く平均値特性の判明している槽粗度を使用して、乱流特性量を測定したので、特に乱れスケールについて、その結果を報告する。

2)実験条件 実験に使用した水路は幅40cm、長さ15.5mの循環式水路であり、この水路床に一边の長さ $b=10cm$ 、 $0.4cm$ の正方形の槽を、槽間隔 $S$ と $b$ との比 $S/b=4$ で12cmに配置して表1の水理条件で実験を行った。ここで、A列の実験は全て $b=0.4cm$ 、サンプリング間隔 $\Delta t=0.002$ 秒、データ数7000個であり、B列、C列の実験のサンプリング間隔 $\Delta t=0.0698$ 秒、データ数2500個であり、B-2,3は $b=10cm$ 、B-6,7は $b=0.4cm$ であり、C列は波長15cm、波高1.5cmの河床波形状である。

3)実験結果 A, B列の槽粗度上の流れに対する平均流速分布は全て、対数流速分布をしていることが確かめられた。平均流速分布および乱流強度については、講演時にスライド等によって報告する予定である。

(a)渦のマクロスケール:  $L$  渦のマクロスケールに影響を与えていると考えられるものは以下のものである:

$D$ : 水深、空間の大きさを表わしている、

$b$ : 粗度の高さ、壁面近傍での渦の代表的大きさと

考えられる、

$g$ : 重力の影響を表わす、

$\tau_0$ : 壁面近傍での乱れエネルギーの大きさを表わす、

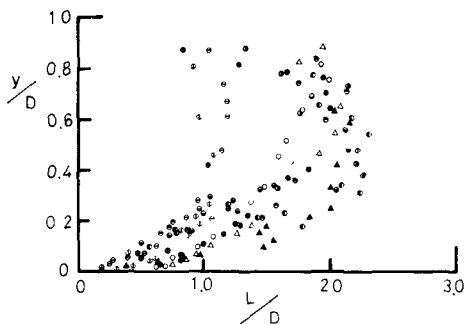


図 1

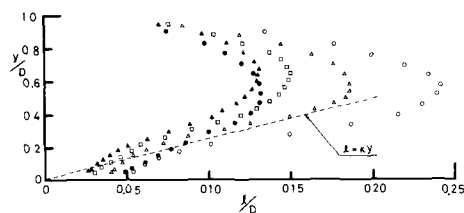


図 2

$U_0$ : 渦のマクロスケールの移動速度を表わす、  
 および

$D$ : 渦の発生に関与する、

したがって

$$f(L, D, g, b, \rho, \tau_0, U_0, \mu) = 0 \quad (1)$$

である。式(1)より、

$$\frac{L}{D} = f_1\left(\frac{g}{U_0^2}, \frac{b}{D}, \frac{\mu}{U_0 D}, \frac{U_0}{\sqrt{\tau_0 D}}\right) \quad (2)$$

が得られるが、 $u_k$ と $U_0$ とは  $G(\frac{u_k}{U_0}, \frac{k}{D}, Re) = 0$  の関係があるから、結局、 $\frac{u_k}{U_0} = f_2(\frac{k}{D}, \frac{Re}{D}, Fr)$  —— (3)  
 または、 $\frac{u_k}{U_0} = f_3(\frac{k}{D}, \frac{Re}{D}, Re, Fr)$  —— (4) が得られる。  
 $y = y_{max} = L$ で $L$ が最大になるとすると、

$$L/L_{max} = f_4(\frac{k}{D}, \frac{Re}{D}, \frac{u_k}{U_0}, Fr) \text{ —— (5) である。}$$

全てのマクروسケール $L$ と相対水深との関係は図1に示されている。なお、比較のために混合距離 $L$ と相対水深との関係を図2に示した。ここに、混合距離 $L$ は  $L = u_k \sqrt{\frac{D}{2g}}$ より求めているが、速度勾配  $du/dy$ は精度がはなはだ悪くなるので、多項式で流速分布を表わして、それから速度勾配を求めている。

i) 河床近傍 実験値を式(3)によってプロットすると、河床近傍では直線関係が成立しているように考えられるので、その直線の勾配を  $u_k/L$ に對しプロットすると図3のようであり、 $L/D$ は $k/D$ と $u_k/L$ とが影響を及ぼしているが、 $k/D$ の値の効果の方が大きいようである。図3で、 $u_k/L$ が減少するにしたがって、 $L/D$ の値が減少する傾向がわかる。このことは $u_k/L$ が小さくなるにしたがって、慣性力が減少し、wake-layer turbulence の viscous damping が増加するためであると考えられる。そこで、実験値を式(5)によってプロットすると、直線の勾配と $k/D$ の関係は図4のようであり、

$$\frac{L}{L_{max}} \frac{D}{y} = g(k/D) \text{ —— (6)}$$

が近似的に成立しているようである。

ii) 水深中央部  $(y/D)_{max}$ と $Fr$ 数との関係は図5のようであり、 $(y/D)_{max}$ は $Fr$ 数の影響を受けているようである。また、 $(y/D)_{max}$ と $k/D$ との関係では、 $k/D$ が増加するにしたがって、 $(y/D)_{max}$ が増加するよりな傾向が見られるが、図5は明確ではない。式(4)より  $(y/D)_{max} = f_5(k/D, Re, Fr)$  —— (7) となる。図6より、 $k/D$ が増加すると、 $(y/D)_{max}$ が増加する傾向を示している。また、 $Re$ 数と $(y/D)_{max}$ との関係では、 $B-6$ 以外では、 $Re$ 数の増加によって、 $(y/D)_{max}$ が増加するようであるが、 $k/D$ の効果ほど強くはないようである。この $Re$ 数による傾向は、河床近傍におけるマクروسケールと $u_k/L$ との関係と同じであり、慣性力の増加による viscous damping の減少に起因しているものと考えられる。

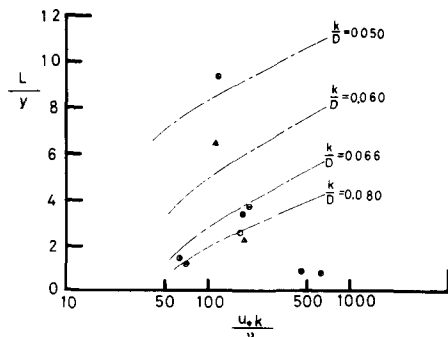


図 3

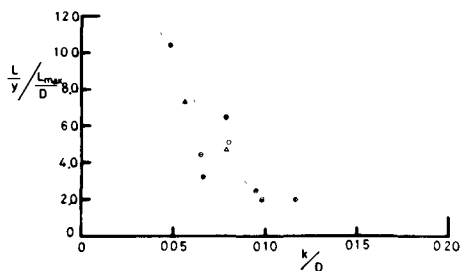


図 4

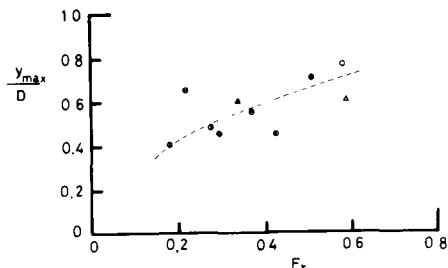


図 5

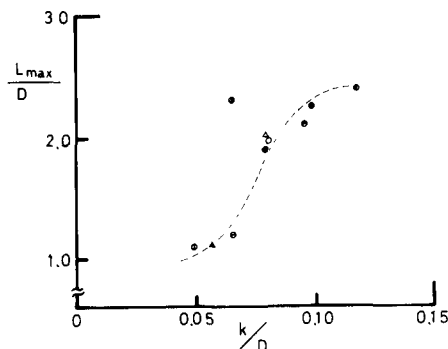


図 6

これらのことから、マクロスケールへは $k/\rho$ の影響がはなはだ大きく、粘性の効果はそれに対して余り支配的でないように思われる。

iii) 自由水面近傍 自由水面でのマクロスケールを $L_0$ とすると、式(4)より、 $L_0/\rho = f_0(k/\rho, Re, Fr)$  となる。自由水面近傍では、 $k/\rho$ や $Re$ 数よりもむしろ $Fr$ 数の効果がはなはだ大きいと考えられる。 $L_0/L_{max}$ と $Fr$ 数との関係は実測データが大きくばらついているが、 $Fr$ 数の増加にしたがって、 $L_0/L_{max}$ が増加する傾向がみられた。このことは、 $Fr$ 数の増加と共に $(\gamma/\rho)_{max}$ が増加することと無関係ではないように思われる。

(b) 渦のミクロスケール： $\lambda$  ミクロスケール $\lambda$ は相関関数の2階微分を含んで定義されているために、dryden

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{2\pi^2}{U^2} \int_0^\infty \pi^2 S(\pi) d\pi \quad (9)$$

によって多くの場合 $\lambda$ は計算されている。式(9)を使用する場合、高周波側での減衰が悪いと誤差が大きくなる。実測データのパワースペクトルはwave numberを導入すると、図7のようであり、高周波側で $F(k)$ は $-7$ 乗で減衰しているようであり、この図より、相対水深が小さくなるに従って、高波数側でのエネルギーが大きくなっていくことが良く判る。式(9)を使用して求めたミクロスケールは、従来報告されている位の大きさであった。 $\lambda$ の分布は講演時にスライド等で報告する予定である。

(c) エネルギー収支 二次元流に対し、対流項を無視すると、エネルギー方程式は、

$$-\overline{uv} \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \overline{u} \left( \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} U^2 \right) \right] - \varepsilon = 0 \quad (10)$$

である。式(10)を使用してエネルギー収支を考える場合、全ての項を実測によって決定することは、はなはだ困難なために、通常は以下のようにしてエネルギー収支を決定している：

- i) 生成項と消散項を実測し、拡散項を決定する、
  - ii) 生成項と拡散項を実測し、消散項を決定する。
- ここで、拡散項に含まれている速度-圧力相関の値は

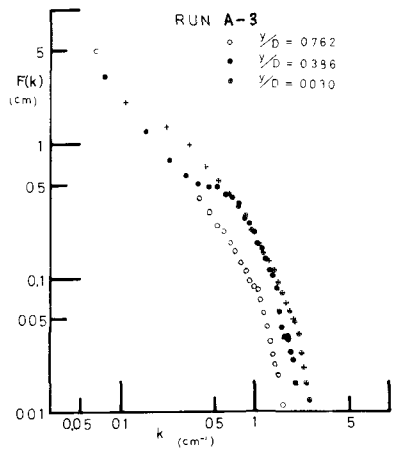


図 7

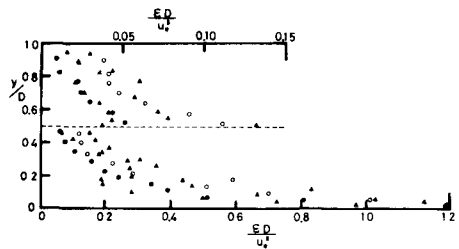


図 8

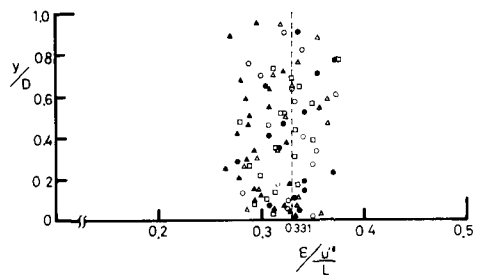


図 9

実測するのが困難であるが、“この項は壁面近傍以外では無視できる程度の大きさである。”という実験結果が報告されている。

Danjalic-Lauderはエネルギー収支において、エネルギー生成項とvelocity-diffusion term $(-\frac{\partial}{\partial x} \overline{u} \frac{1}{2} U^2)$ とを実測してエネルギー消散率 $\varepsilon$ を求めている。そして、彼らはその4.7として、 $-7/5$ 乗則からの $\varepsilon$ とテイラー

のミクロスケール入からの $\varepsilon$ とを比較して、“エネルギー収支から求めた $\varepsilon$ と $5/3$ 乗則からの $\varepsilon$ とは同じ位の値であるが、ミクロスケール入からの $\varepsilon$ はそれらの値よりはなほ小さな値を示し、このことは、*dissipative motion* は等方乱流の特性を必ずしも保持していない。”と述べている。

等方乱流の仮定を使用すると、エネルギー消散率 $\varepsilon$ とミクロスケール入の関係は、

$$\varepsilon = 150 \frac{U^3}{\lambda} \quad (11)$$

であるが、式(9)を使用して求めたミクロスケール入からの $\varepsilon$ の値は相対的に小さな値を示した。

コルモゴロフの $5/3$ 乗則を使用して $\varepsilon$ を求めると、図8のようである。この図において、相対水深が、0.5以上と以下では $\varepsilon_0/\rho$ の縮尺が変えてある。散逸過程を支配するものは、大きな乱流成分から小さな成分へ向かうエネルギー伝達であり、 $\varepsilon$ は粘性に依存しないと考えられる。したがって、次元考察により、 $\chi_\varepsilon(\varepsilon, \frac{1}{2}\rho, L) = 0$  (12)

$$\varepsilon = C \cdot \frac{(\frac{1}{2}\rho)^{\frac{2}{3}}}{L} \quad (13)$$

が得られる。比例定数 $C$ は *mieghardt* の見積りによると、 $C \approx 0.18$  の大きさである。式(13)に等方乱流の仮定を使用して、 $\varepsilon$ と $U^3/\lambda$ との比を求めると図9のようであり、 $\varepsilon$ と $U^3/\lambda$ との比は0.320であり、 $C = 0.174$  となり、*wieghardt* の見積りとほとんど同じ値が得られた。しかし、消散項の大きさは、まだエネルギー生成項の値より、相対的に小さいので、以下のようにしてエネルギー収支を考察した：

流下方向にエネルギーの交換がないものと考え、(10)式を河床から自由水面まで積分して、

$$-\int_0^0 \overline{uv} \frac{\partial u}{\partial z} dz - \int_0^0 \frac{\partial}{\partial z} \left[ v \left( \frac{\rho}{\rho} + \frac{1}{2} \rho^2 \right) \right] dz - \int_0^0 \varepsilon dz = 0 \quad (14)$$

であり、また拡散項の積分は、

$$\int_0^0 \frac{\partial}{\partial z} \left[ v \left( \frac{\rho}{\rho} + \frac{1}{2} \rho^2 \right) \right] dz = 0 \quad (15)$$

である。したがって、消散率 $\varepsilon$ に比例定数 $\alpha$ を掛けて、

$$\alpha = - \frac{\int_0^0 \overline{uv} \frac{\partial u}{\partial z} dz}{\int_0^0 \varepsilon dz} \quad (16)$$

として、比例定数 $\alpha$ を決定している。ここに、レイノルズ応力 $-\overline{uv}$ は  $-\overline{uv} = U_*^2 (1 - \frac{z}{h})$  としている。このようにして決定したエネルギー収支は図10に示してある。この図より、拡散項は自由水面近傍でエネルギー消散と釣り合っている。また、相対水深が0.5前後で拡散項の符号が逆転している。ただし、このエネルギー収支の図は定性的傾向のみを示していると考えべきである。

#### 4) 結論

- 1) 相対粗度 $k/\rho$ はマクロスケールの大きさに強く影響を及ぼしていると考えられる。
- 2)  $Re_\rho(U_0/\rho)$ または $U_*^3/\rho$ はマクロスケールに対する効果はあまり支配的ではない。
- 3) マクロスケールが最大値になる相対水深(%)はフルード数に支配されているように思われる。
- 4) 自由水面近傍のマクロスケールは $Fr$ 数に依存しているようである。

- 5) 渦のミクロスケール入は、実際より大きな値を与えるようである。

- 6) エネルギー消散率 $\varepsilon$ は $U_*^3/\lambda$ でよく表示できると考えられる。

#### 5) おわりに

相対粗度 $k/\rho$ を一定にして、 $Fr$ を多数変化させる実験を行ったが、思

うような結果を得ることができなかった。

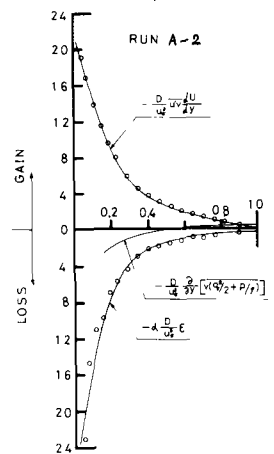


図 10