

河川合流部の水理学的研究

岐阜大学工学部

河村 三郎

岐阜大学工業短期大学部

○三木秀雄

合流点における流れは、流量が増加し、場所的に変化する流れであるから、図-1のように横から角度 θ で流入するものとする。

横流入の運動方程式は、一般に、運動量の関係から次の式で与えられる。

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f - \frac{2\beta Q g_*}{gA^2} + \frac{g_*}{gA} V_2 \cos\theta}{1 - \frac{\beta Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dy}} \quad (1)$$

ここに y = 水深, A = 流積, Q = 合流部の流量,
 g = 重力の加速度, S_0 = 水路床勾配, S_f = エネルギー勾配, β = 運動量補正係数, g_* = 単位長さ当りの流入量 ($g_* = Q_2/L$), V_2 = 流入平均流速, θ = 流入角度 (合流角度) である。

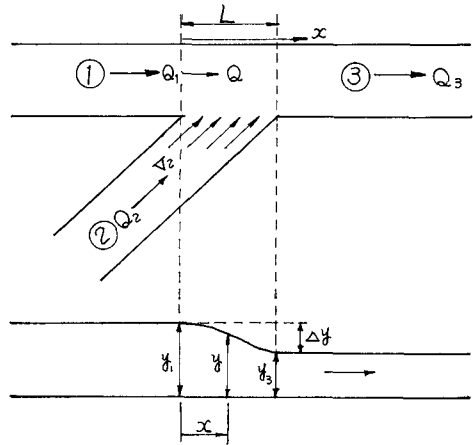


図-1 定義図

合流点の水面形を求めるために、i) $S_0 = S_f = 0$,
 ii) 水路断面は長方形とし、さらに固定床とする。iii) 水路の①と③は直線上にある。iv) 本川水路の幅(B)は同一である。($B_1 = B_3 \neq B_2$); $A = By$, $dA/dy = B$, $V_2 = Q_2/B_2 y_2$ であり、流水の連続式から

$$Q = Q_1 + g_* x \quad (2) \quad \text{運動方程式は} \quad \frac{dy}{dx} = \frac{-\frac{2\beta g_* (Q_1 + g_* x)}{gB^2 y^2} + \frac{g_* Q_2}{gB B_2 y y_2} \cos\theta}{1 - \frac{\beta (Q_1 + g_* x)^2}{gB^2 y^3}} \quad (3)$$

この微分方程式は、解析的に解けないので、最初に 90° 流入の場合を求める。 $\cos 90^\circ = 0$ であるから

$$-\frac{2\beta g_* (Q_1 + g_* x)}{gB^2 y^2} \frac{dx}{dy} = 1 - \frac{\beta (Q_1 + g_* x)^2}{gB^2 y^3} \quad \text{この式を書きかえと}$$

$$\frac{d(Q_1 + g_* x)^2}{dy} - \frac{(Q_1 + g_* x)^2}{y} = -\frac{gB^2 y^2}{\beta}$$

$$X = (Q_1 + g_* x)^2 \text{ とおけば} \quad \frac{dX}{dy} - \frac{X}{y} = -\frac{gB^2}{\beta} y^2 \quad (4)$$

となり、一階線形微分方程式となる。この微分方程式の一般解は、

$$X = (Q_1 + g_* x)^2 = C_1 y - \frac{gB^2}{2\beta} y^3 \quad (5)$$

$$\text{となる。} x = L \text{ のとき、} y = y_3 \text{ であるから} \quad C_1 = \frac{Q_3^2}{y_3} + \frac{gB^2 y_3^2}{2\beta} \quad (6)$$

式(6)を式(5)に代入して

$$(Q_1 + g_* x)^2 = \left(\frac{y}{y_3}\right) Q_3^2 - \frac{gB^2}{2\beta} (y^2 - y_3^2) y \quad (7)$$

両辺を Q_3^2 で割り さらに、 $F_3^2 = \frac{Q_3^2}{g B^2 y_3^3}$ とおけば

$$\left(\frac{y_1}{y_3}\right) - (1 + 2\beta F_3^2)\left(\frac{y}{y_3}\right) + 2\beta F_3^2 \left(\frac{Q_1 + g_* x}{Q_3}\right)^2 = 0 \quad \text{----- (8)}$$

となる。 $x = 0$ のとき、 $y = y_1$ であり $Q_1 = Q_3 - Q_2$ であるから

$$\left(\frac{y_1}{y_3}\right) - (1 + 2\beta F_3^2)\left(\frac{y}{y_3}\right) + 2\beta F_3^2 \left(1 - \frac{Q_2}{Q_3}\right)^2 = 0 \quad \text{----- (9)}$$

$y_1 - y_3 = \Delta y$ (落差) とすると 合流に伴なう水面の落差は

$$\frac{\Delta y}{y_3} = \frac{y_1}{y_3} - 1 \quad \text{----- (10)}$$

で与えることができる。 y_1/y_3 の値は 式 (9) の三次方程式を解き、三根のうち $y_1/y_3 > 1$ の根を使用すればよい。 $\cos \theta = 0$ でない場合には 式 (3) の分子の第 2 項目の y_2 を $y_2 = y$ とおき、さらに $B/B_2 = \eta$ とおけば

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\frac{2\beta g_*}{g B^2} (Q_1 + g_* x) + \frac{\eta Q_2 g_*}{g B^2} \cos \theta}{y^2 - \frac{\beta (Q_1 + g_* x)^2}{g B^2 y}} \quad \text{----- (3)'}$$

一方、式 (7) から

$$\frac{(Q_1 + g_* x)^2}{y} = \frac{Q_3^2}{y_3} - \frac{g B^2}{2\beta} (y^2 - y_3^2) \quad \text{----- (7)'}$$

であるから 式 (7)' を式 (3)' に代入すると変数分離形となるから簡単に積分できる。

境界条件、 $x = L$ のとき、 $y = y_3$ であるから、次式が得られる。

$$\left(\frac{y}{y_3}\right)^3 - (1 + 2\beta F_3^2)\left(\frac{y}{y_3}\right) + 2\beta F_3^2 \left(\frac{Q_1 + g_* x}{Q_3}\right)^2 + 2\eta F_3^2 \cos \theta \left(\frac{Q_2}{Q_3}\right) \left(\frac{Q_2 - g_* x}{Q_3}\right) = 0 \quad \text{----- (14)}$$

$x = 0$ のとき $y = y_1$ であるから

$$\left(\frac{y_1}{y_3}\right)^3 - (1 + 2\beta F_3^2)\left(\frac{y_1}{y_3}\right) + 2F_3^2 \left[\beta \left(1 - \frac{Q_2}{Q_3}\right)^2 + \eta \cos \theta \left(\frac{Q_2}{Q_3}\right)^2\right] = 0 \quad \text{----- (15)}$$

となる。一般に $Y^3 - PY + g = 0$ の形式の三次方程式で g の値が次第に大きくなると $Y > 1$ の Y の値は 次第に 1.0 に近づくので合流角度 θ が小さいとき y_1/y_3 の値は小さく、同様に、流入水路幅 (B_2) が本川水路の幅 (B) より小さいとき、 y_1/y_3 は小さな値となる。

パラメーターとして合流比 Q_2/Q_3 をとり、 $\eta = 1.0$ 、 $\theta = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ について y_1/y_3 と F_3 の関係を示すと 図-2, 3, 4 のようである。図中の実験点は $B_1 = B_2 = B_3 = 25 \text{ cm}$ の合流水路の実験結果である¹⁾。また F_3 をパラメーターにとり、 y_1/y_3 と Q_2/Q_3 との関係を $\theta = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ について示すと 図-5, 6, 7 のようである。 β の値については 表-1, 2, 3, 4 のような結果が得られているので $\beta = 1/1$ とした。

参考文献

- 1) 小沢功一 “河川合流点における水理学的研究” 岐阜大学工学部修士論文, 1969

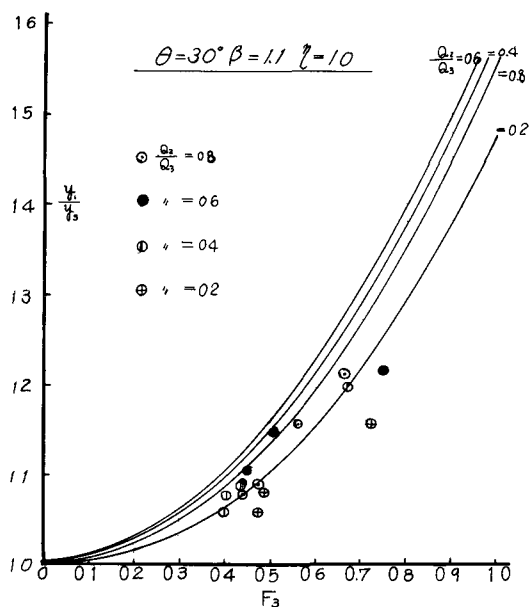


图-2

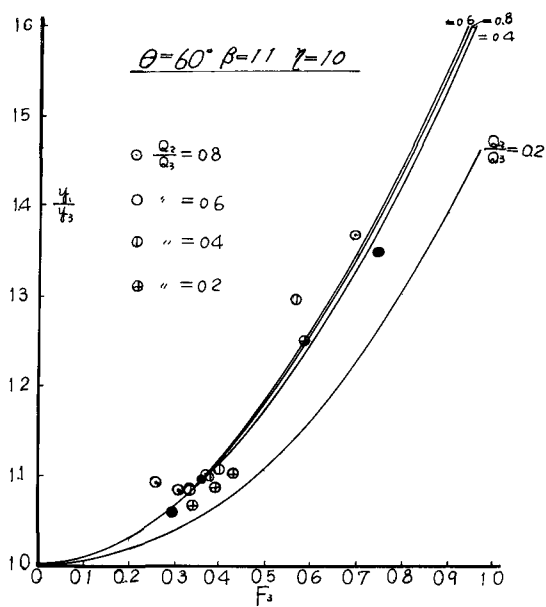


图-3

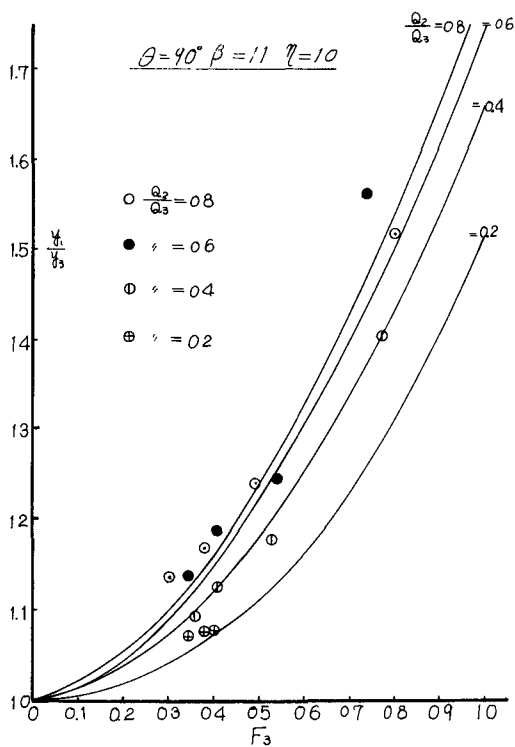


图-4

表-1 $\beta=11$ 值 $\frac{Q_2}{Q_3}=0.2$

合流角度	30°	60°	90°
合流直前	1.093	1.080	1.092
合流点	1.075	1.086	1.104
合流直后	1.094	1.088	1.090
平均值	1.087	1.084	1.095

表-2 $\beta=11$ 值 $\frac{Q_2}{Q_3}=0.4$

合流角度	30°	60°	90°
合流直前	1.093	1.043	1.103
合流点	1.098	1.122	1.191
合流直后	1.106	1.080	1.117
平均值	1.099	1.081	1.137

表-3 $\beta=11$ 值 $\frac{Q_2}{Q_3}=0.6$

合流角度	30°	60°	90°
合流直前	1.091	1.103	1.106
合流点	1.097	1.087	1.119
合流直后	1.105	1.088	1.182
平均值	1.097	1.092	1.135

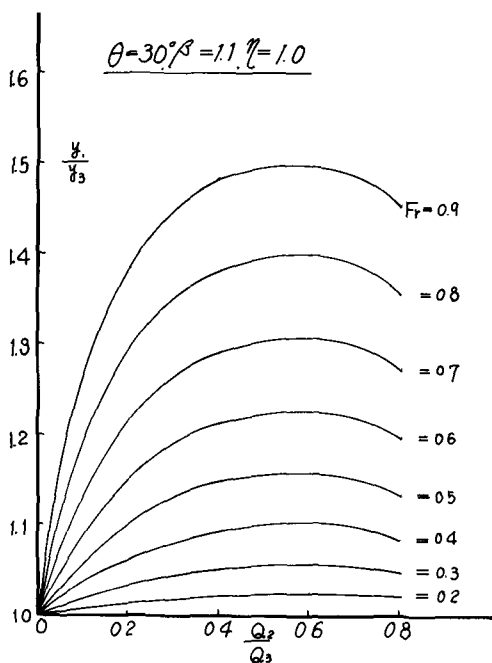


图-5

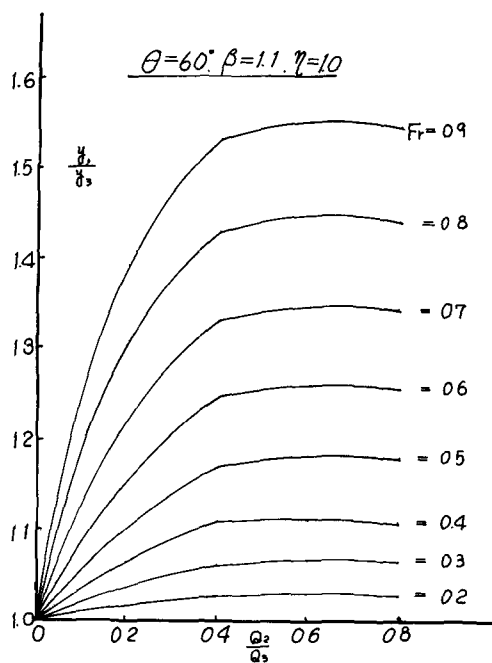


图-6

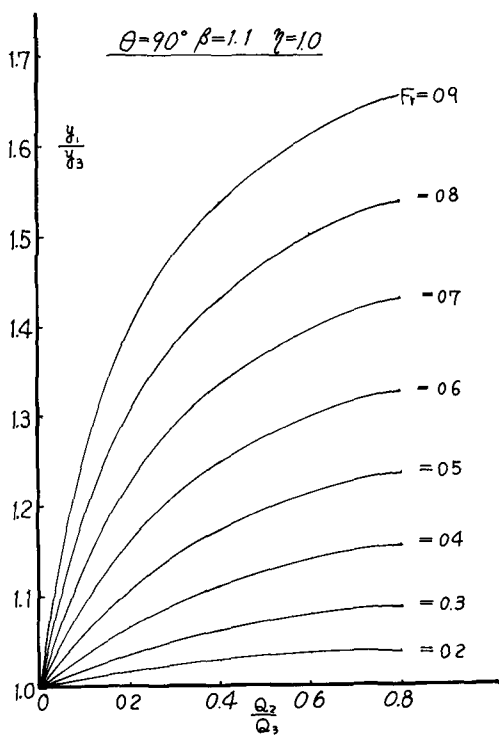


图-7

表-4 $\beta=1.1 \frac{Q_2}{Q_s}=0.8$

合流角度	30°	60°	90°
合流前	1.096	1.090	1.082
合流点	1.187	1.182	1.142
合流直後	1.107	1.099	1.134
平均值	1.130	1.177	1.119