

## 斜めスラブアーチの自由振動

岐阜大学工学部 正員 井上 肇  
 " " 近藤 昇  
 岐阜大学大学院 学生員 ○前田 春和

斜めスラブアーチの解析については、すでに著者等が、いくつかの報告を行なっているが<sup>1),2),3)</sup>その自由振動については、まだ十分に把握していなかった。そこで静的解析において試みた折れ板モデルを用いた有限要素法によるもの<sup>1),2)</sup>および、著者の1人が前からいくつかの構造物に適用した Hermite 階差法<sup>5)</sup>による数値解析法による解析と、他方では模型を振動台の上で加振する実験的な方法との双方より、その接近を試みた。

階差法による解析は、斜めスラブアーチの釣合条件式 (1), (1)' および 断面力と変位との関係 (3) を斜交座標によって表現し、それに Hermite 階差法を適用した。

釣合条件式

$$\left. \begin{aligned} N'_3 + N'_{30} \cos \beta + R \bar{X} &= 0 \\ N'_0 \cos \beta + N'_{03} + R \bar{Y} &= 0 \\ Q'_3 + Q'_{30} \cos \beta + N'_0 \cos \beta + R \bar{Z} &= 0 \\ M'_0 \cos \theta + M'_{30} - Q'_0 R \cos \beta &= 0 \\ M'_3 + M'_{03} \cos \theta - Q'_3 R \cos \beta &= 0 \\ N'_{30} - N'_{03} &= 0 \end{aligned} \right\} (1)$$

これらを整理して ( $M'_{30} \doteq M'_{03}$  と仮定)

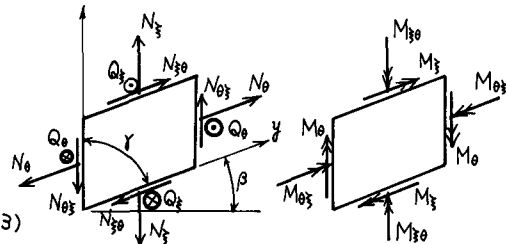
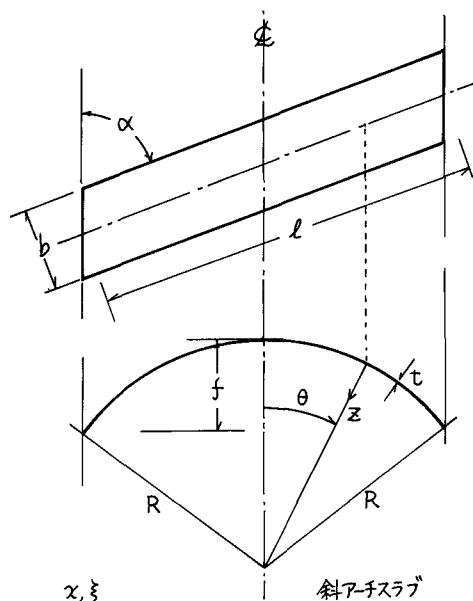
$$\left. \begin{aligned} N'_3 + N'_{30} \cos \beta + R \bar{X} &= 0 \\ N'_0 \cos \beta + N'_{03} + R \bar{Y} &= 0 \\ M'_3 + 2M'_{30} \cos \beta + M'_{03} \cos^2 \beta \\ + N'_0 R \cos^2 \beta + R^2 \bar{Z} \cos \beta &= 0 \end{aligned} \right\} (1)'$$

ここで  $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ ;  $x, y, z$  方向への慣性力

$$\left. \begin{aligned} (\quad)' &= \frac{\partial}{\partial \xi} (\quad), \quad (\quad)' = \frac{\partial}{\partial \theta} (\quad) \\ d\bar{y} &= R \cos \beta \cdot d\theta \end{aligned} \right\} (2)$$

断面力と変位との関係

$$\left. \begin{aligned} N'_3 &= K^* \{ u' + a_1 (\dot{v} \cos \beta - w) + a_3 (\dot{u} \cos \beta + v') - \frac{D^*}{R^2} (w'' + a_1 \cos^2 \beta + 2a_3 w' \cos \beta) \} \\ N'_0 &= K^* \{ \dot{v} \cos \beta + a_1 u' + a_3 (\dot{u} \cos \beta + v') - w \} \\ N'_{03} = N'_{30} &= K^* \{ \frac{1}{2} a_2 (\dot{u} \cos \beta + v') + a_3 (u' + \dot{v} \cos \beta - w) \} \\ M'_3 &= -D^* \{ -[u' + a_1 (\dot{v} \cos \beta - w) + a_3 (\dot{u} \cos \beta + v')] \\ &\quad + (w'' + a_1 \dot{w} \cos^2 \beta + 2a_3 w' \cos \beta) \} \\ M'_0 &= -D^* \{ \dot{w} \cos^2 \beta + a_1 w'' + 2a_3 w' \cos \beta \} \end{aligned} \right\} (3)$$



斜交座標系

$$R d\theta = dy \cos \beta, \quad \cos \beta = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha \cdot \cos^2 \theta}}$$

$$M_{30} = M_{03} = -D^* \{ a_2 \dot{w} + a_3 (w'' + w'' \cos^2 \beta) \}$$

ここで、 $K^* = Et/R$ ,  $D^* = Et^3/12R^2$ ,  $E^* = E \sec^3 \beta / (1 - \nu^2)$ ,  $a_1 = \sin^2 \beta + \nu \cos^2 \beta$ ,  $a_2 = 1 + \sin^2 \beta - \nu \cos^2 \beta$

$a_3 = \sin \beta$ ,  $E, \nu, t$ ; シェル材料の弾性係数, ポアソン比, 板厚

(1)', (3) の中の微係数を、その点のみならず、座標方向の全部の点を用いて表現しようとするのが Hermite 階差法である。即ち、 $x_i'$ ,  $x_i''$  については

$$A_1 X' + A_2 X = 0, \quad B_1 X'' + B_2 X = 0 \quad (4) \quad X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}, \quad A_1, A_2, B_1, B_2$$

; 係数行列 ( $A_1, B_1$  は一般には単位行列, 対角行列ではない)。この (4) を (1)', (3) に適用して、境界条件を考慮しつつ、振動数方程式を導くことが出来るが、ここでは割愛する。

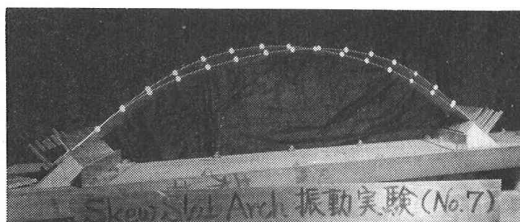


写真1. 水平加振 10.8 Hz.



写真2. 垂直加振 27.7 Hz.

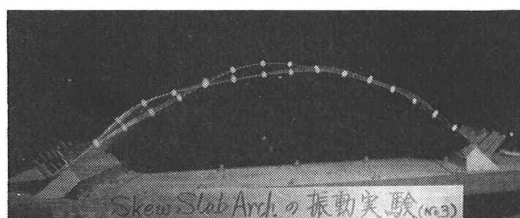


写真3. 垂直加振 36.6 Hz.



写真4. 水平加振 38.3 Hz.

斜めスラブアーチの自由振動については、すでにその一部を報告したが<sup>1)</sup>、そのときの模型は比較的大型かつ、剛であったため、2次以上の振動数まで加振できなかったため、その約半分の寸法、板厚を1/4にした小型模型で振動実験を行なった。その振動モードを写真1~4に示す。この模型は、板厚/半径比は約1/1000とよわめて薄く、十分にスラブアーチとしての曲げ作用がないと考えられたが、アーチにみられる振動性状をもっていることより、スラブアーチとしての挙動があることが確かめられた。また、同ースパン、同ーライズの直アーチに比べて、多少、剛性が劣り、ことに鋭角部側の剛性が、鈍角部側の剛性に比べて小さいことが、振動モードからも判断できる。換言すれば、鋭角部の支承付近にはかなりの応力の集中があることが、推定できる。

実験および計算の結果の詳細については、講演当日にゆずる。

#### 参考文献

- 井上, 近藤, 前島ほか、斜めスラブアーチの応力解析、土木学会中部支部研究発表会講演概要集 1)昭46, 2)昭47, 3)昭48
- 4)井上; Hermite 階差法による構造物の固有振動解析; 土木学会オズ25周年学術講演会概要集 I. 昭45
- 5) Morley, L. S.; skew plates and structures, Pergamon Press, 1963
- 6) Walthering, F. W.; Schwingungszahlen und Schwingungsformen von kreisbogenträgern, Ing.-Archiv, V. 42/9 (1934)