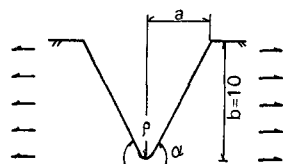


切欠き角度と応力集中に関する一考察

名古屋工業大学 正 員 長谷部 宣男
名古屋工業大学 学生員・丸反田 康普

1 概要 切欠きによる応力集中に関する研究は種々行なわれているが、切欠き形状間を総括的に取り扱うことには困難なことが多いように思われる。本報告ではその一端として、図・1に示すような三角形切欠きを有する半無限板の解析結果を基に、応力集中ヶ所の曲率半径に注目して半楕円切欠きと各隅角を持つ三角形切欠きとの関係及び応力分布



図・1 概略図

について考察した。なお、ここでは切欠き底部曲線形には凹凸がなく、最大応力集中度が切欠き底中央点で生ずるような形状に限定している。また、図・1に示すように寸法の基準として切欠き深さを $b=1.0$ としている。解析方法は有理型の等角写像関数を用いた文献・2)、荷重は基本的な一様引張りである。

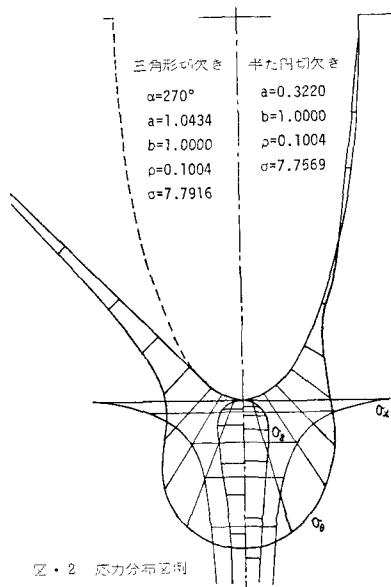
2 結果及び考察 応力集中度に対する基礎式は、先に文献・2)にて次式のように表わされている。

$$S.C.F. = \sum_{j=1}^{\infty} k_j \rho^{m_j} \quad (1)$$

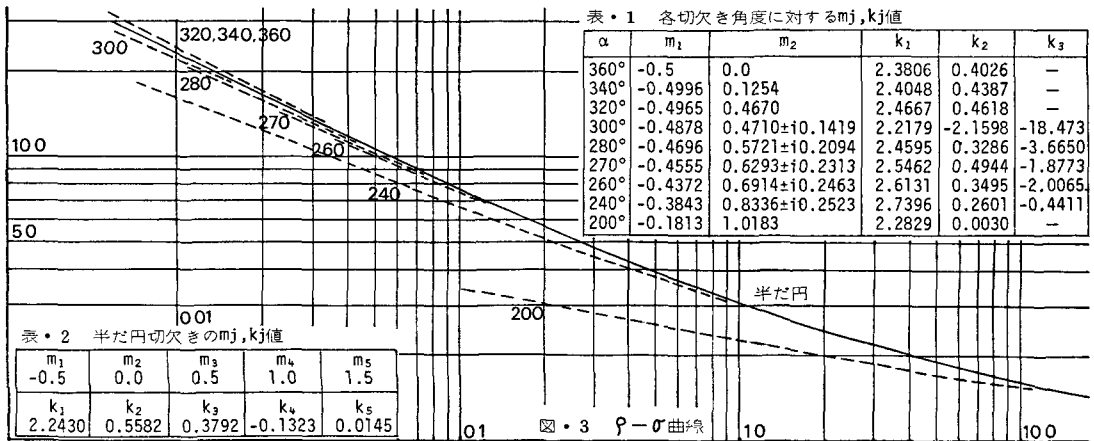
ここに、 m_j は隅角部角度による特性方程式の根、 ρ は応力集中ヶ所の曲率半径、 k_j は境界条件及び解析形状によって決められる係数である。

いま、文献・1)にて、半楕円切欠きに対する k_j 値を最小2乗法により求め、最初の数項でよい近似を得ているが、第1項の k_1 は、 $\rho \rightarrow 0$ の場合、線形破壊力学における応力拡大係数 (Stress intensity factor) の2倍である。従って、本報告においては $k_1 = 2.243$ と定め、再度最小2乗法により k_j ($j=2,3,\dots$) を求めた。なお、その際曲率半径 ρ は最大値 25.0 ($\sigma = 1.40$) までの8点を採用している。 ρ が大きくなる程式(1)の高次の項まで採る必要があるが、当場合、3項までで最高3.1%、4項で2.3%、5項で0.5%の誤差に抑えることができた。表・2に5項まで採ったときの各 m_j , k_j 値を、表・3の上段に5個の各半楕円切欠きに対する計算値及び誤差を示す。以上より、 $0 < \rho \leq 25$ の範囲の半楕円切欠きに対しては表・2の各係数を用いて誤差1%以内の応力集中度のよい表示を与える。

次に、深さ $b=1.0$ としたときの曲率半径 ρ と応力値 σ_s を同一の両対数グラフへプロットした。その結果、曲率半径の大きい方では同一曲率半径に対して各切欠き角度の応力集中度はほとんど一致し、曲率半径が小さくなるにしたがって切欠き角度 α の小さい方から分離していくことがわかる。図・3は、 $\rho \rightarrow 0$ に最小2乗法を用いて式(1)の k_j を求め、各角度の曲線形を示したものである。ここでは、形状的に把握しやすい半楕円切欠き(図には実線で示す)を基準に各三角形切欠きの分岐状態を



図・2 応力分布図



示している。三角形切欠きのある隅角部角度によつては、 m_j として複素根が現われるが、その場合

$$S.C.F. = k_1 \rho^{m_1} + k_2 \rho^{m_2} + k_3 \rho^{m_3} \quad (2)$$

$$= k_1 \rho^{m_1} + \rho^u \{ k_2 \cos(v \log \rho) + k_3 \sin(v \log \rho) \}$$

ここに、 u, v はそれぞれ m_2 の実部、虚部である。
を用い、他は表2項まで採っている。表・1に各 m_j, k_j 値を示す。上記 m_j, k_j による各隅角の三角形切欠きの応力集中率に対する近似誤差は最高で2.7%程度である。

また、式(1)で表5項まで採った半楕円切欠きの $\rho-\sigma$ 曲線と各三角形切欠きの分岐以前の曲率半径に対する応力集中率の誤差は約3.5%以内である。表・3に分岐点前後の応力値と半楕円切欠きの式(1)(表・2の値を採用)の表わす応力値との誤差を示す。以上より、各隅角部角度で定められる分岐点の曲率半径より大きい曲率半径では半楕円切欠きをもって応力集中率を表わすことが可能と思われる。つまり、切欠き底の曲率半径に支配され、切欠き形状にあまり影響されないことを意味する。以下、おおよその分岐点を述べると、 $\alpha = 200^\circ$ で $\rho = 10.0$ 、 240° で $\rho = 0.9$ 、 260° で $\rho = 0.15$ 、 270° で $\rho = 0.07$ 、 280° で $\rho = 0.05$ 、 300° で $\rho = 0.02$ 、 320° 以上で $\rho = 0.03$ である。

図・2は1例として切欠き底の曲率半径が等しい $\alpha = 270^\circ$ の三角形と半楕円切欠きの応力分布を示す。対称軸上の σ_x 、 σ_y はともにほとんど等しい減衰状態を示し、境界線上の応力分布は切欠き底から離れるにしたがって突起部の隅角部角度の特性によつて支配されることを示す。

- 文献・1) 長谷部 半楕円切欠きを有する半無限板の応力解析 名古屋工業大学学報 第24巻
2) 長谷部 三角形切欠きおよび突起を有する半無限板の応力解析 土木学会論文報告集194号

表・3 曲率半径、応力値及び誤差
 ρ : 曲率半径
 σ_1 : 写真関数を用いた応力計算値
 σ_2 : 半円切欠きの m_j, k_j 値を用いた応力値
%: $(\sigma_1 - \sigma_2) / \sigma_1 \times 100$

半円	ρ	σ_1	σ_2	%
	0.0156	0.0625	0.2500	1.0000
	18.530	9.6223	5.2204	3.0653
	18.545	9.6170	5.2026	3.0626
	-0.08	0.06	0.34	0.09
	-0.03			
360°	ρ	0.0057	0.0152	0.0415
	σ_1	32.205	19.573	12.047
	σ_2	30.267	18.815	11.637
	%	6.02	3.87	3.41
340°	ρ	0.0096	0.0158	0.0242
	σ_1	24.886	19.208	15.563
	σ_2	23.445	18.449	15.027
	%	5.79	3.96	3.45
320°	ρ	0.0213	0.0398	0.0761
	σ_1	16.679	12.231	9.0299
	σ_2	15.975	11.876	8.7823
	%	4.22	2.91	2.74
300°	ρ	0.0061	0.0121	0.0471
	σ_1	27.462	20.627	11.296
	σ_2	29.360	21.020	10.965
	%	-6.91	-1.90	2.93
280°	ρ	0.0246	0.0872	0.2197
	σ_1	14.299	8.3727	5.5497
	σ_2	14.907	8.2562	5.4943
	%	-4.25	1.39	1.00
270°	ρ	0.0226	0.0361	0.1004
	σ_1	14.368	11.728	7.7916
	σ_2	15.518	12.430	7.7451
	%	-8.00	-5.99	0.60
260°	ρ	0.0359	0.0542	0.1746
	σ_1	11.388	9.5066	6.0098
	σ_2	12.470	10.274	6.0630
	%	-9.50	-8.07	-0.89
240°	ρ	0.0072	0.0971	0.8922
	σ_1	17.865	6.9009	3.1097
	σ_2	26.941	7.8625	3.1852
	%	-50.8	-13.9	-2.43
200°	ρ	0.3909	2.3566	11.653
	σ_1	2.6862	1.9766	1.5274
	σ_2	4.3347	2.3421	1.5432
	%	-61.4	-18.5	-1.04