交通の配分ルートを考慮した信号機の周期とスプリットの決定法

信州大学工学部　正員　奥谷 巖
学生員 ○野平芳一

1．まえがき　近年著しい車の増加により，市街地の交通混雑は，その度を増すばかりである。現状から察して，道路網整備の完璧化は，一朝一夕には，困難である。そこで苦肉の策ではあるが，市街地における交通混雑を，できるだけ緩和するために，市街地に，外部から流入する車を制限することにより，当該街路網の混雑を，避けようとするものである。そして，その制限内において，円滑に交通が，流れるように，信号機の周期とスプリットを決定しようとするのが，本法である。

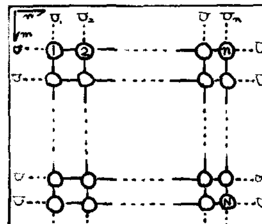

図-1

2．制御モデル　対象街路網は，図-1に示したような格子状街路網とし，各交差点に，図のように番号を付す。さて，本論の制御モデルに入る前に，その中に使用されている記号から説明する。

${}^{h}G_1^i, {}^{h}G_2^i$：交差点 i における水平方向西側および東側流入部の青信号時間

${}^{v}G_1^i, {}^{v}G_2^i$：交差点 i における垂直方向北側および南側流入部の青信号時間

${}^{h}C_1^i, {}^{h}C_2^i$：${}^{h}G_1^i, {}^{h}G_2^i$ に対応する交通容量　${}^{v}C_1^i, {}^{v}C_2^i$：${}^{v}G_1^i, {}^{v}G_2^i$ に対応する交通容量

U_i：外周交差点より，当該街路網に，流入しようとする交通量で，サフィックスは，図-1に示したように，付けるものとする。　T：共通周期

P_{ij}：交差点 i で発生した交通のうち，j に吸収される交通の割合　$\sum_j P_{ij}=1$

P_{ij}^k：交差点 i で発生し，j に向う交通のうち，k 番目のルートに配分される交通の配分率　$\sum_k P_{ij}^k=1$

次に，マトリックス $\mathbb{R}_{ij}, \mathbb{P}_{ij}, \mathbb{R}_{ij}^*, \mathbb{J}_I, \mathbb{U}, \mathbb{J}_E$ を，次のように定義する。

$\mathbb{R}_{ij}$（ルートマトリックス）は，i から j に向う車が，どのリンクを通るかを，示したもので，その要素を r_{ij}^{kl} とすると，$r_{ij}^{kl}=1$：$i\to j$ 交通に対する k 番目のルートに，l 番目のリンクが含まれる場合。

$r_{ij}^{kl}=1$：$i\to j$ 交通に対する k 番目のルートに，l 番目のリンクが含まれない場合。

ただし，$i\to j$ ＯＤ交通に対応するルートが，J 本（$J<K$）しかない場合，$J+1$ から K までのルートに対応する要素を，すべて０とおく。$\mathbb{P}_{ij}^k$ については，P_{ij}^k を１から K（最大ルート数）まで，対角に配した対角行列である。なお，$i\to j$ ＯＤ交通に対応するルートが，J 本（$J<K$）しかない場合，上と同様のものとする。$\mathbb{P}_{ij}^k \mathbb{R}_{ij}=\mathbb{R}_{ij}^*$ とすると，$\mathbb{R}_{ij}^*$ の要素は，$\mathbb{R}_{ij}$ の k 行に P_{ij}^k を乗じたものであるから，K 次の単位行ベクトルを，$e=(1\ 1\cdots\cdots 1)$ とすれば，$e\mathbb{R}_{ij}^*$ は，$i\to j$ 間に，単位交通量が流れた場合，対応するリンクに配分される交通量となる。$\mathbb{J}_I$ は，行に交差点を，列にリンクをとり，その要素を (i, l) として，交差点 i に，リンク l が，流入する場合は，$C\cdot G$（左上，右下の記号は，それが流入してくる方向を考慮して，つけ加える。）とし，そうでない場合は，０としたものである。したがって，$e\mathbb{J}_I$ というベクトルを考えると，その各要素は，対応する交差点に流入するリンクにおいて，１周期の間に，捌きうる交通量になっている。$\mathbb{U}$ は，外部流入交通量 U_1 から，U_m までを，その番号順に配し，ベクトルとしたものである。$\mathbb{J}_E$ は，$\mathbb{U}$ に対応するベクトルで，その第 i 番目の要素は，U_i が流入する交差点流入部で，１周期の間に，捌きうる交通量 $C\cdot G$ となっている。

以上の記号において、$\mathbb{U}, C, P_{ij}, P_{ij}^{*}$は、既知の値とする。また、図-1のような格子街路網において、交差点が、縦にm、横にnあるものとすると、K(最大ルート数)$={}_{m+n-2}C_{m-1}$、　N(交差点数)$=m\cdot n$　M(外部流入リンク数)$=2(m+n)$、　L(リンク数)$=2\{(m-1)n+(n-1)m\}$　となる。さらに、交通の発生、吸収は、計算の簡便化のために、交差点としている。

さて、まず最北端交差点より、当該街路網に、1周期の間に流入する交通のうち、各リンクに配分される交通量は、$\sum_{j=1}^{mn}\sum_{i=1}^{n}{}^{v}C_1^{i}\cdot{}^{v}G_1^{i}\cdot P_{ij}\cdot e\cdot \mathbb{R}_{ij}^{*}$　(1)　のように表わされる行ベクトルの対応する要素として表わされる。同様に、最南端交差点については、$\sum_{j=1}^{mn}\sum_{i=n(m-1)+1}^{mn}{}^{v}C_2^{i}\cdot{}^{v}G_2^{i}\cdot P_{ij}\cdot e\cdot \mathbb{R}_{ij}^{*}$　(2)　最西端交差点については、$\sum_{j=1}^{mn}\sum_{i=0}^{m-1}{}^{h}C_1^{in+1}\cdot{}^{h}G_1^{in+1}\cdot P_{(in+1)j}\cdot e\cdot \mathbb{R}_{(in+1)j}^{*}$　(3)　最東端交差点については、$\sum_{j=1}^{mn}\sum_{i=1}^{m}{}^{h}C_2^{in}\cdot{}^{h}G_2^{in}\cdot P_{(in)j}\cdot e\cdot \mathbb{R}_{(in)j}^{*}$　(4)　となる。したがって、式(1)～式(4)のベクトルの和を、$\mathbb{A}$とすると$\mathbb{A}$の各要素は、外部より、当該街路網に流入する交通のうち、対応するリンクに配分される交通量となる。次に、交差点iにおいて、単位時間当りに発生する交通量を、Q_i(既知の値)とすると、$T\cdot\sum_{j=1}^{mn}\sum_{i=1}^{mn}Q_i\cdot P_{ij}\cdot e\cdot \mathbb{R}_{ij}^{*}=\mathbb{B}$　(5)　から得られる各要素は、交差点における内部発生交通の、各リンクに配分される交通量となる。ある交差点に向う交通が、渋滞しないためには、それらが、次の信号機ですべて捌ききれなければならないから、$e\cdot\mathbb{J}_I \geqq \mathbb{A}+\mathbb{B}$　(6)　が、成立しなければならない。一方、外部流入交通に関しては、次のような制約式を成立させる。$T\cdot\mathbb{U} \geqq \mathbb{J}_E$　(7)　すなわち、1周期の間に、外周流入部から、当該街路網に流入しようとする交通量が、そこの信号機で捌きうる交通量よりも大きいということで、内部交通の渋滞を、外部流入交通を制限することによって、防ごうとするものである。次に、各交差点においては、水平方向、垂直方向の青信号が、同時に表示されてはならないから、${}^{h}G_1^{i}+{}^{v}G_1^{i}\leqq T-L_i$、${}^{h}G_1^{i}+{}^{v}G_2^{i}\leqq T-L_i$、${}^{h}G_2^{i}+{}^{v}G_1^{i}\leqq T-L_i$、${}^{h}G_2^{i}+{}^{v}G_2^{i}\leqq T-L_i$　(8)　ただし、L_iは交差点iの1周期あたりのロスタイムである。さらに、青信号時間は、負にはならないから、非負の条件を加えて、${}^{h}G_{\nu}^{i}, {}^{v}G_{\nu}^{i} \geqq 0$ $(\nu=1,2)$　(9)　以上、式(6)～式(9)の制約条件のもとに、次のような目的関数Fを設置し、それを最大にするGとTを求める。目的関数の1つは、街路網内で、交通渋滞を起さない範囲で、外部流入交通を最大限受け入れるものとして、

$F=\frac{1}{T}\left[\sum_{j=1}^{mn}\sum_{i=1}^{n}{}^{v}C_1^{i}\cdot{}^{v}G_1^{i}+\sum_{j=1}^{mn}\sum_{i=n(m-1)+1}^{mn}{}^{v}C_2^{i}\cdot{}^{v}G_2^{i}+\sum_{j=1}^{mn}\sum_{i=0}^{m-1}{}^{h}C_1^{in+1}\cdot{}^{h}G_1^{in+1}+\sum_{j=1}^{mn}\sum_{i=1}^{m}{}^{h}C_2^{in}\cdot{}^{h}G_2^{in}\right]$　他の1つは、街路網内において、渋滞の起らない範囲で、交通量を、最大にするものとして、$F=\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{mn}\sum_{\nu=1}^{2}({}^{h}C_{\nu}^{i}\cdot{}^{h}G_{\nu}^{i}+{}^{v}C_{\nu}^{i}\cdot{}^{v}G_{\nu}^{i})$　Fの関数を、線型化するために、まずTを与え、その後、シンプレックス法で解く。

3、計算例　対象街路網は、$m=3, n=3$とし、計9個の交差点による格子状街路網として、先のP_{ij}を、表-1のようにする。各交差点における単位時間当りの発生交通量$\mathbb{Q}$と、外部流入交通量$\mathbb{U}$は、次のように与える。

i＼j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.00	0.06	0.11	0.07	0.12	0.14	0.13	0.18	0.19
2	0.05	0.00	0.05	0.13	0.11	0.15	0.17	0.16	0.18
3	0.10	0.07	0.00	0.15	0.12	0.07	0.19	0.17	0.15
4	0.07	0.12	0.18	0.00	0.12	0.16	0.06	0.14	0.15
5	0.14	0.10	0.11	0.09	0.00	0.12	0.15	0.11	0.18
6	0.17	0.11	0.09	0.17	0.12	0.00	0.15	0.10	0.09
7	0.17	0.15	0.14	0.07	0.11	0.14	0.00	0.09	0.13
8	0.14	0.15	0.17	0.11	0.12	0.16	0.07	0.00	0.08
9	0.19	0.16	0.13	0.12	0.12	0.08	0.11	0.09	0.00

表-1

$$\mathbb{Q}=\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ (813 & 152 & 443 & 301 & 1401 & 426 & 204 & 520 & 267) \end{array}$$

$$\mathbb{U}=\begin{array}{cccccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ (650 & 725 & 550 & 525 & 700 & 625 & 600 & 750 & 775 & 575 & 675 & 650) \end{array}$$

なお、計算結果および詳細は、当日発表の予定である。

4、あとがき　今回の計算例において、運転者のルート選択および配分率は、適当に与えたが、いまだ、それらの決定的理論がなく、そこに、今後の研究と発展の余地が、残されている。

参考文献　1)米谷栄二,奥谷巖;交通発生の抑制による交通制御　土木学会年次講演概要　S.46年10月
2)奥谷巖;信号機群の周期とスプリットの決定方法について.第11回日本道路会議一般論文集　S.48年11月