

杭の貫入機構に就いて

名城大学理工学部土木工学科 正会員 柴田通生

名城大学理工学部土木工学科 正会員 O 阿河武志

(1). 緒言

杭が地盤に貫入する場合は、一般的に杭先端部(円錐部)に就いて、杭本体が貫入する。従つて、杭の貫入機構を解析する場合、之を3段階に分けて考へる。若し第1段階は、ハンマーと杭頭が衝突する現象で、第2段階は、杭本体と先端円錐部がハンマーと衝突する事象であり、この段階を終了すると、本体と先端円錐部が地盤に貫入する第3段階となる。そこで之等の事象を究明するために、バネ常数を設定し、2自由度の振動解析を試みた。

(2). 基礎方程式

(i) 第1段階.

ハンマーが杭頭に衝突する場合を考へると次の(1)式が成立する。即ち

$$\frac{W_1}{g} \frac{d^2 u'}{dt^2} + k_1 u' = -W_1 \quad \text{----- (1)}$$

初期の境界条件として $t=0, u'=0, \frac{du'}{dt} = v_1, n_1 = \sqrt{\frac{k_1 g}{W_1}}$

(1)式の解は、次の(2)式のようになる。

$$u' = \frac{v_0}{m_1} \sin m_1 t + \frac{W_1}{k_1} (1 - \cos m_1 t) \quad \text{----- (2)}$$

杭頭に於ける杭頭荷重 R_1 は

$$R_1 = k_1 u' = \frac{k_1 v_0}{m_1} \sin m_1 t + W_1 (1 - \cos m_1 t) \quad \text{----- (3)}$$

又、杭が地盤に於ける荷重 R_1' は

$$R_1' = k_1 u' - \frac{W_2}{g} \frac{k_1 l_1}{EA_1} \frac{d^2 u_2}{dt^2} + W_2 + k_2 X_g \quad \text{----- (4)}$$

(4)式に於いて、 R_1' は、(3)式によつて、次のように決定される。即ち

$$R_1' = \left(1 + \frac{k_1 l_1}{EA} \frac{W_2}{W_1}\right) \left(\frac{k_1 v_0}{m_1} \sin m_1 t - W_1 \cos m_1 t\right) + (W_1 + W_2 + k_2 X_g) \quad \text{----- (5)}$$

次に R_1 を t で微分して、零と置いて、 $t_{\max} = \frac{1}{m_1} \tan^{-1} \left(-\frac{k_1 v_0}{m_1 W_1}\right)$ ----- (6)

(5)式に於いて $Q = A^{(2)}$ と比較して、 $Q < A^{(2)}$ であれば、貫入しない。

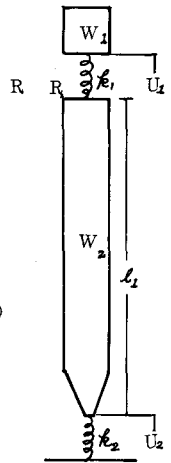
次に、第1段階より第2段階に移行する条件は、(5)式と A が等しい場合で、ハンマーの衝突時の

速度 $v_0 = v_0'$ で $v_0' = \frac{A - (W_1 + W_2 + k_2 X_g)}{1 + \frac{k_1 l_1}{EA} \frac{W_2}{W_1}}$ ----- (7) 従つて、 $v_0' > v_0$ $R_1' > A$ となつて、第2

段階以降に移る。第1段階の終る $t = t_1$ は、 $R_1' = A$ によつて決定される。即ち

$$t_1 = \frac{\beta}{m_1} + \frac{1}{m_1} \sin^{-1} \left\{ \frac{A - (W_1 + W_2 + k_2 X_g)}{W_1 + \frac{k_1 l_1}{EA} W_2} \right\} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{k_1 v_0}{m_1 W_1}\right)^2}} \quad \text{----- (8)} \quad \text{従つて } t_1 \text{ に於けるハンマーの}$$

変位速度は $u_1, t=t_1 = \frac{v_0}{m_1} \sin m_1 t_1 + \frac{W_1}{k_1} (1 - \cos m_1 t_1) \quad v_{1, t=t_1} = v_0 \cos m_1 t_1 + \frac{W_1 m_1}{k_1} \sin m_1 t_1$ ----- (9)



(ii) 第2段階

この段階では、2本のバネ常数と杭体を方へて、ハンマ-及び杭の満足する微分方程式は次の(10)式で示される。即ち $m_1 \mu_1' + k_1 \mu_1 - k_2 \mu_2 = -k_1 \mu_1' + W_1$, $m_2 \mu_2' + (k_1 + k_2) \mu_2 - k_2 \mu_1 = X_g k_2 - A k_2 \mu_1' + W_2$ ----- (10) 但し A は地盤の抵抗係数 $X_g = \frac{\omega^4}{p^4} - (2 + \frac{k_1}{k_2}) \frac{\omega^2}{p^2} + \frac{k_1}{k_2}$, $\mu_1' = \frac{V_0}{m_1} \sin m_1 t + \frac{W_1}{k_1} (1 - \cos m_1 t)$ 又は $m_1 = m_2$ とし、固有振動数と振幅は(11)式で示される。

$$\left\{ \frac{p_2^2}{p_1^2} \right\} = \frac{k_2}{m_{1,2}} \left(\frac{1}{2} + \frac{k_1}{k_2} \pm \sqrt{1 + \frac{k_1^2}{k_2^2}} \right) \quad \left\{ \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right\} = \frac{1}{2} \left(\frac{k_2}{k_1} \pm \sqrt{4 + \frac{k_2^2}{k_1^2}} \right) \quad \text{----- (11)}$$

(10) 式を連立微分方程式として解いて。

$$\mu_1 = A_1 \cos p_1 t + B_1 \sin p_1 t + A_2 \cos p_2 t + B_2 \sin p_2 t - \frac{m_{1,2} (C_1 \sin m_1 t + C_2 \cos m_1 t - C_3)}{m_1 m_1^4 - 2(k_1 + k_2) m_1^2 + k_1(k_1 + k_2) - k_2^2} \quad \text{----- (12)}$$

$$\mu_2 = \alpha_1 A_1 \cos p_1 t + \alpha_1 B_1 \sin p_1 t + \alpha_2 A_2 \cos p_2 t + \alpha_2 B_2 \sin p_2 t - \frac{m_{1,2} (C_1 \sin m_1 t + C_2 \cos m_1 t - C_3)}{m_1 m_1^4 - 2(k_1 + k_2) m_1^2 + k_1(k_1 + k_2) - k_2^2} \quad \text{----- (13)}$$

但し、 $C_1 = \frac{m_1 \beta_3 k_1 V_0 - k_2 V_0 m_1 \beta_2}{m_1}$, $C_2 = \frac{\beta_3 W_1 - k_1 k_2 \beta_2 W_1}{m_1}$, $C_3 = \frac{\beta_3 W_2 - 2 m_1 \beta_2 + \beta_2 (X_g k_2 - A) + \beta_2 k_1 k_2 W_1}{m_1}$
 $C_1' = \frac{m_1 \beta_2 k_1 V_0 - k_2 V_0 m_1 \beta_3}{m_1}$, $C_2' = \frac{\beta_2 W_1 - k_1 k_2 \beta_3 W_1}{m_1}$, $C_3' = \frac{\beta_2 W_2 - 2 m_1 \beta_3 + \beta_3 (X_g k_2 - A) + \beta_3 k_1 k_2 W_1}{m_1}$
 $\beta_1 = \frac{k_1}{m}$, $\beta_2 = \frac{k_2}{m}$, $\beta_3 = \frac{k_1 + k_2}{m}$, A_1, A_2, B_1, B_2 は積分常数, $C_4 = m_1 m_1^4 - 2(k_1 + k_2) m_1^2 + k_1(k_1 + k_2) - k_2^2$

さて、上式の初期条件として、 $t=0$ で $\mu_1=0$; $\frac{d\mu_1}{dt} = V_0$, $\mu_2=0$ で $\frac{d\mu_2}{dt} = 0$ ----- (14)

積分常数 A_1, A_2, B_1, B_2 は次の如く示される。 $A_1 = \frac{m_1 C_2}{C_4} \frac{m_1 C_1 (\alpha_1 - 1)}{C_4 (\alpha_1 - \alpha_2)}$, $B_1 = \frac{m_1 m_1 C_1 \cos m_1 t - V_0}{C_4 p_1} \frac{m_1 m_1 C_1 \cos m_1 t (\alpha_1 - 1)}{C_4 (\alpha_1 - \alpha_2) \beta_2}$
 $A_2 = \frac{m_1 C_2 (\alpha_1 - 1)}{C_4 (\alpha_1 - \alpha_2) \beta_2}$, $B_2 = \frac{m_1 m_1 C_1 \cos m_1 t (\alpha_1 - 1)}{C_4 (\alpha_1 - \alpha_2) \beta_2}$ 次に (12) (13) 式に積分常数の値を代入して、

ハンマ-、杭頭の変位が求まる。そこで杭頭に加はる力 R_2 は、 $R_2 = k_2 (\mu_1' + \mu_1 - \mu_2) - k_2 X_g$ ----- (14) 衝突が完了すれば第2段階が終了する。この場合の $t=t_2$ となる。

そこで (14) 式を零とする (13) 式のような簡単な式にはならない。従って、固有振動数の値を求めて、数値を代入して計算する以外に手段がない。第2段階が終了して、第3段階に移行するとき、杭頭の最大値は (14) 式を微分して、 t_{max} を求める事になる。そこで数値計算を行うには、2本のバネ常数を求める必要がある。さてバネ常数 k_1, k_2 は次のように示される。

$$k_1 = \frac{A_1 \cdot \frac{1}{AE} \cdot \frac{1}{2} \alpha}{\frac{1}{AE} \cdot \frac{1}{2} \alpha} \quad k_2 = \frac{A_2 \cdot \frac{1}{AE} \cdot \frac{1}{2} \alpha}{\frac{1}{AE} \cdot \frac{1}{2} \alpha + \frac{\alpha}{A_p k_{ev}}}$$

但し、 l : 杭長, A : 杭の有効断面積, E : 杭材の弾性係数, A_p : 杭先端支持面積,
 α : 杭頭より杭先への荷重伝達率, k_{ev} : 杭先端地盤の鉛直方向地盤反力係数。

(iii) 第3段階

第3段階では、杭自身、貫入し始める。この場合の運動方程式は次のように表はされる。

$$\frac{W_2}{g} \frac{d^2 \mu_3}{dt^2} = -k_3 X_g + W_2 \quad \text{整理すれば} \quad \frac{d^2 \mu_3}{dt^2} = \frac{(W_2 - k_3 X_g)}{W_2} \quad \text{----- (15)}$$

初期条件 $t=0$ で $\mu_3=0$, $\frac{d\mu_3}{dt} = V_0$, 従って (15) 式の解は、 $\mu_3 = V_0 t - \frac{1}{2} \frac{g(W_2 - k_3 X_g)}{W_2} t^2$ ----- (16) 運動の終りの時刻は $t=t_3$, $t_3 = \frac{W_2 V_0}{g(W_2 - k_3 X_g)}$, $\mu_3 = \frac{1}{2} V_0 t_3$ ----- (16)

以上、第1段階より第3段階まで解析を行ったが種々の地盤に応じて、バネ常数を調整させて計算が可能となる。

(註) (1) は地盤の支持力 (2) 地盤支持力を表はす常数, 文献, 山本昭, 堤隆一: 杭打作業時の杭の挙動 - 土木技研 昭 46, No. 10