地盤の振動特性解析における一方法について

㈱日建設計　正員　角南　進

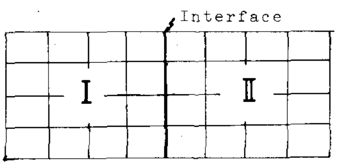
1．まえがき

地震時の地盤の振動や地盤を含めた構造物系の応答を有限要素法で解析する試みが，最近多くなってきた。しかし，現在，その実用化には計算機の容量、計算時間を含めて、さまざまの問題がある。地盤をモデル化する場合は一般の構造物とは異なり、半無限体を有限な領域に近似して取り扱うため、側方の境界条件の設定が常に問題となる。これに関係した研究としては、柴田・土岐・菅野[1]による側方境界に解析領域外の地盤の効果を表わすためにせん断ばりを設ける方法，また，川原ら[2]によって半無限体要素が考えられているが、両者とも、地盤の半無限性を表わすため側方節点に質量及び剛性を付加するという考えに立つと思われる。一方、無限領域に逸散してゆく波動に対しては、Lysmerらにより境界にダッシュポットを設け、反射波を吸収する方法があるが、地震応答解析には不適当であり、一般に、解析領域はできるだけ広いことが望ましい。この場合、実用的に、自由度を縮少することが必要である。自由度の縮少法には多くの方法があるが、このうちComponent Mode法は構造物を部分構造に分け、その振動モードを使用して構造物を解析するため、計算機の固有値解析の容量が少なくてよいこと、また、ある部分構造の設計変更による影響が少ないという利点がある。この方法の中にも、接合部分の設定の仕方で種々の方法があるが、本報告では、前述の側方節点に質量及び剛性を付加して、側方地盤の効果を容易に取り入れられるComponent Mode法を基本にして、地盤の振動特性を解析し、その実用性を検討する。

2．解析方法

Component Mode法は、構造物を複数の部分構造に分けて解析するものであるが、いま、図－1のⅠ，Ⅱの部分構造があれば、まず、Ⅰに注目し、節点変位，力と剛性をⅠの内部と、Ⅰ・Ⅱの接合節点に関係する部分に分けて、

$$\begin{Bmatrix} P_i \\ P_j \end{Bmatrix}_{\mathrm{I}} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}_{\mathrm{I}} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix}_{\mathrm{I}} \qquad (1)$$



図－1

とおく。$\{P_j\}_{\mathrm{I}}$はⅠの内部節点に働く力で、静的縮少法と同様に、これを$\{0\}$とおいて、

$$u_i = -K_{22}^{-1} K_{21} u_j = [T_1] u_j \qquad (2)$$

となる。$[T_1]$は接合節点が単位変形したとき、内部節点のモード(拘束モード)である。Hurtyによる Component Mode法[3]は、簡単には部分構造の節点変位は拘束モードと、全接合節点を固定した時の変形モードとの和として表現する。このため、最終的な連成モードの計算においても拘束モードが入ってきて、計算が煩雑になるが、ここではComponent Mode法にRayleigh-Ritz法を応用した近似解法を用いる。部分構造Ⅰのひずみエネルギーと運動エネルギーの表現はつぎのようである。

$$U = \frac{1}{2}\{u_{\mathrm{I}}\}^T[K_{\mathrm{I}}]\{u_{\mathrm{I}}\} \quad , \quad T = \frac{1}{2}\{\dot{u}_{\mathrm{I}}\}^T[M_{\mathrm{I}}]\{\dot{u}_{\mathrm{I}}\} \qquad (3)$$

Ⅰの全変位を式(2)を使って接合節点のみで表わすための変換マトリックスを$[T_2]$とすれば、接合節点のみで表現した場合の剛性及び質量マトリックスは

$$[\underline{K_{\mathrm{I}}}] = [T_2]^T[K_{\mathrm{I}}][T_2] \quad , \quad [\underline{M_{\mathrm{I}}}] = [T_2]^T[M_{\mathrm{I}}][T_2] \qquad (4)$$

さらに部分構造ⅠとⅡのひずみエネルギーU_TをⅡの節点座標のみで表わすことができ、部分構造Ⅰの

影響を考慮した部分構造IIの剛性マトリックスが得られる。すなわち，部分構造IIの節点座標とIの接合座標との関係を示す変換マトリックスを$[T_3]$とすれば、

$$[\overline{K_{\mathrm{II}}}] = [K_{\mathrm{II}}] + [T_3]^T[\underline{K_{\mathrm{I}}}][T_3] \tag{5}$$

となる。質量マトリックスについても、運動エネルギーから同様にして.

$$[\overline{M_{\mathrm{II}}}]\ [M_{\mathrm{II}}] + [T_3]^T[\underline{M_{\mathrm{I}}}][T_3] \tag{6}$$

である。これは部分構造IIに部分構造Iの動的効果を近似的に導入している。ここでは減衰力を考えないとして，部分構造Iの自由振動の運動方程式は.

$$[\overline{M_{\mathrm{I}}}]\{\ddot{u}_{\mathrm{I}}\} + [\overline{K_{\mathrm{I}}}]\{u_{\mathrm{I}}\} = \{0\} \tag{7}$$

式(7)の固有値問題を解くことにより、固有モードが得られ、これを接合節点を表わすものと、内部節点を表わすものに分離する。部分構造IIについても同様の操作を行なう。

$$\{u_{\mathrm{I}}\} = [\phi_{\mathrm{I}}]\{q_{\mathrm{I}}\} = \begin{bmatrix}\phi_{\mathrm{I}}^i \\ \phi_{\mathrm{I}}^j\end{bmatrix}\{q_{\mathrm{I}}\}\quad ,\ \{u_{\mathrm{II}}\} = [\phi_{\mathrm{II}}]\{q_{\mathrm{II}}\} = \begin{bmatrix}\phi_{\mathrm{II}}^i \\ \phi_{\mathrm{II}}^j\end{bmatrix}\{q_{\mathrm{II}}\} \tag{8}$$

全系の解析には，部分構造IとIIのモード座標である$\{q_{\mathrm{I}}\}$,$\{q_{\mathrm{II}}\}$を使用する。$\{u_{\mathrm{I}}^i\} = \{u_{\mathrm{II}}^i\}$であるから、

$$\begin{Bmatrix} u_{\mathrm{I}}^i \\ u_{\mathrm{I}}^j \\ u_{\mathrm{II}}^i \\ u_{\mathrm{II}}^j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{\mathrm{I}}^i & 0 \\ \phi_{\mathrm{I}}^j & 0 \\ \phi_{\mathrm{I}}^i & 0 \\ 0 & \phi_{\mathrm{II}}^j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_{\mathrm{I}} \\ q_{\mathrm{II}} \end{Bmatrix} \equiv [T_4]\begin{Bmatrix} q_{\mathrm{I}} \\ q_{\mathrm{II}} \end{Bmatrix} \tag{9}$$

となる。これから，ひずみエネルギーより全系の剛性マトリックスは

$$[K_{total}] = [T_4]^T\begin{bmatrix} K_{\mathrm{I}} & 0 \\ 0 & K_{\mathrm{II}} \end{bmatrix}[T_4] = \begin{bmatrix} \phi_{\mathrm{I}}^{jT}K_{\mathrm{I}}^{11}\phi_{\mathrm{I}}^{j} + \phi_{\mathrm{I}}^{iT}K_{\mathrm{I}}^{21}\phi_{\mathrm{I}}^{iT} + \phi_{\mathrm{I}}^{jT}K_{\mathrm{I}}^{12}\phi_{\mathrm{I}}^{i} + \phi_{\mathrm{I}}^{jT}K_{\mathrm{I}}^{22}\phi_{\mathrm{I}}^{j} + \phi_{\mathrm{I}}^{iT}K_{\mathrm{II}}^{11}\phi_{\mathrm{I}}^{i}, & \phi_{\mathrm{I}}^{iT}K_{\mathrm{II}}^{12}\phi_{\mathrm{II}}^{j} \\ \phi_{\mathrm{II}}^{jT}K_{\mathrm{II}}^{21}\phi_{\mathrm{I}}^{i} & ,\ \phi_{\mathrm{II}}^{jT}K_{\mathrm{II}}^{22}\phi_{\mathrm{II}}^{j} \end{bmatrix} \tag{10}$$

となり、また、運動エネルギーの表現より、全系の質量マトリックスは同様な形で求められる(略)。これより非減衰の運動方程式は，つぎのように表わされる。

$$[M_{total}]\begin{Bmatrix} \ddot{q}_{\mathrm{I}} \\ \ddot{q}_{\mathrm{II}} \end{Bmatrix} + [K_{total}]\begin{Bmatrix} q_{\mathrm{I}} \\ q_{\mathrm{II}} \end{Bmatrix} = \{0\} \tag{11}$$

式(11)を解析することにより、固有値が求められ、さらに固有モードは式(9)より$[T_4]$に乗じて得られる。この固有値解析の次元数は、式(8)のモードのうち、高次モードを、計算結果に大きな影響を与えないとして切り取ることにより決められる。地震荷重のような強制力が作用する場合も、$[T_4]$で変換した後に応答計算をする。以上は二個の部分構造について考えたが、三個以上でも同様なことが可能であり、また、モデルによっては二個づつ順次連成させることができる。これより広い地盤を解析対象にすることが可能となり、かつ側方地盤の影響を考慮に入れることができる。

3. 数値計算例

図-2の簡単なモデルの計算を行なった。図-2(a)は全体系の第1次振動モード，図-2(b)は部分構造の同モードを、図-2(c)は他の部分構造を考慮したモードである。他の結果は講演時に発表する。

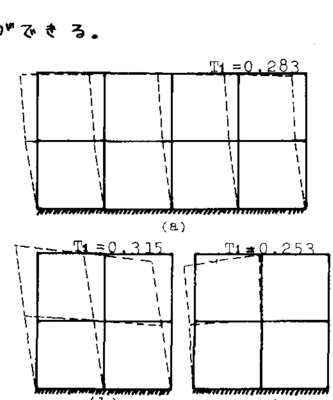


図-2

参考文献

1) 柴田·土岐·菅野，有限要素法による地盤の振動解析におけるモデル化の一方法，土木学会第27回年次学術講演概要集,昭和47-10

2) 川原その他，有限要素法による動的解析の一方法，土木学会第29回年次学術講演会概要集，第一部,昭49-10

3) Hurty, W.C.; Vibration of Structural Systems by Component Mode Synthesis, Proc. ASCE, 85(1960), EM4, PP51~69

4) Benfield, W.A., Vibration analysis of Structures by Component Mode Substitution, AIAA J. 9(1971), PP.1255-1261