

三軸応力下でのセメントモルタルの変形特性

名古屋大学 (学) O 石井 俊明

名古屋大学 (正) 川本 勝万

1. Intro. : 岩石, モルタルなどの岩質材料の力学的特徴は, 不均一な構造, 空隙の存在と, そのぜい性にある。岩質材料が, 三軸圧縮応力を受けて変形, 破壊する場合には, 内部的に複雑な破壊過程が存在し, その集積として巨視的にも興味ある挙動が存在する。ここでは, セメントモルタル (10.8 cm 立方, W/C=65%, 養生 35 日) を対象として, 三軸応力下 (主として偏差応力下) の変形挙動を調べる。一般にセメントモルタルは, 砂, 粘土などの粒子の集合体と, 金属などの間隙のなり連続体との中間的な材料であると考えられるが, この報告ではあち連続体としてとりあつかう。すなわち, 圧縮応力を平均応力 $\sigma_m = \sigma_{oct} = \frac{1}{3}\sigma_{ii}$, と偏差応力 $\tau_{oct} = \frac{1}{3}\sigma'_{ij}\sigma'_{ij}$ ($\sigma'_{ij} = \sigma_m - \sigma_{ij}$), に分けて考え, ひずみを平均ひずみ $\epsilon_m = \epsilon_{oct} = \frac{1}{3}\epsilon_{ii}$, と偏差ひずみ $\gamma_{oct} = \frac{\sqrt{2}}{3}\epsilon'_{ij}\epsilon'_{ij}$ ($\epsilon'_{ij} = \epsilon_m - \epsilon_{ij}$), に分けて考える。またくり返し载荷を行って, 回復しないひずみ (塑性ひずみ) を分離してその塑性変形の状態を調べる。载荷はすでに発表した純三軸圧縮試験機¹⁾による。

2. 実験 : 応力経路は FIG.1 のとおりである。(圧縮+)

A. 一軸圧縮試験

B. 静水圧载荷試験 ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$)

C. 偏差応力試験 (平均応力一定, $\sigma_m = \text{const}$)

A~C のすべてに対してくり返し载荷を行つた。材料定数として, 一軸圧縮強度 $\sigma_c = 424.5 \text{ kg/cm}^2$, Young 率 $E = 1.2 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$, 強度破壊でのひずみ $\epsilon_c = 0.63\%$, 初期間隙比 $e_0 = 0.38$ が得られた。

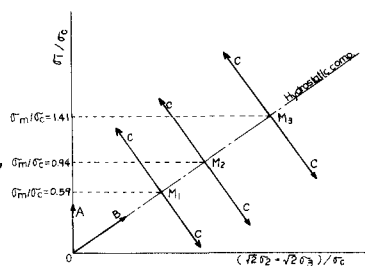


FIG.1 Stress path

3. 実験結果と考察

(1) 静水圧試験: 実験より得られた応力-ひずみ曲線は FIG.2 のとおりである。応力-ひずみ曲線は, 図の OA 区間においては直線であり, AB 区間でゆるやかにカーブし, BC 区間では再び直線 (傾きは OA よりかなり小さい) となり, C をすぎると, 上に凹となる²⁾。図より, 材料は AB の領域で "降伏" し, BC を "ひずみ硬化域" と考えることが出来る。すなわち, 静水圧载荷に対しても材料の降伏を考慮することができ, これはモルタル内の空隙のためである。静水圧载荷に対する降伏点は, 平均的に $\sigma_m/\sigma_c \approx 1.05$ である。図には, くり返し载荷によって得られた回復しないひずみ (塑性ひずみ) をも分離して示した。これから, セメントモルタルは, 静水圧载荷に対して降伏しても, $\sigma_m - \epsilon_m^{\text{elastic}}$ のカーブは変化せず, 塑性的なひずみ $\epsilon_m^{\text{Plastic}}$ が急激に増大していくことがわかる。また弾性域内でも, 一定の比率で塑性ひずみが存在する。

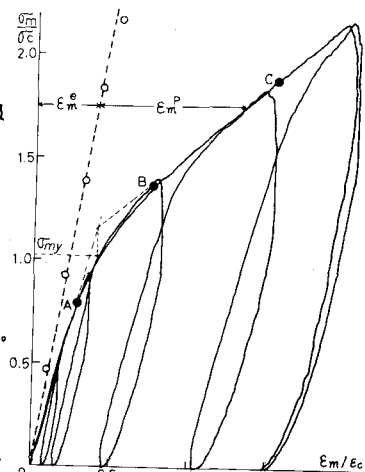


FIG.2 Stress-strain relationship in hydrostatic comp.

(2) 偏差応力試験：中間主応力を示すパラメータを $\lambda = (2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)$ とおく。载荷は、 $\sigma_m/\sigma_c = 0.59$ (静水圧载荷で弾性域内)、 $\sigma_m/\sigma_c = 0.94$ (同、降伏域内)、 $\sigma_m/\sigma_c = 1.41$ (同、ひずみ硬化域内) の3種を $\lambda = \pm 1$ で行った。結果の一例として、 $\sigma_m/\sigma_c = 0.94$ 、 $\lambda = -1$ の場合を FIG. 3 に示す。くり返し载荷の場合でも、 $\tau_{oct} - \gamma_{oct}$ のカーブはくり返しな場合とほとんど回らない。縦軸に τ_{oct}/σ_c をとると $\tau_{oct}/\sigma_c - \gamma_{oct}$ カーブは初期の水平な部分と、 τ_{oct} が増加せず γ_{oct} が増加する部分 (破壊) を除くと、ほぼ直線となる。これは τ_{oct} と γ_{oct} がほぼ双曲線の関係にあることを示している。弾性的

なせん断ひずみ γ_{oct}^E を示すカーブは、得られた σ_1 、 σ_2 、 σ_3 方向の3つの応力-ひずみ図から回復するひずみを分離して求めたものである。 γ_{oct}^E のカーブはほとんど直線であるが、 γ_{oct} を示す曲線が大きくカーブする (降伏) とともに、 γ_{oct}^E も大きくなっている。これは、 γ_{oct} が増大するにつれて、ヒステリシスループの傾きが小さくなっていくことに起因している。 $\sigma_m/\sigma_c = 0.59, 0.94, 1.41$ の3種について

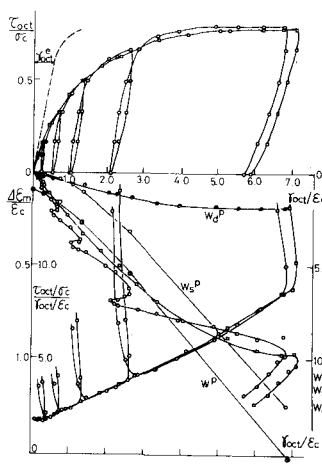


FIG. 3 Stress-strain relationships in deviatoric stress test (test C) case $h_1/\sigma_c = 0$, $\sigma_m/\sigma_c = 0.94$, $\lambda = -1$

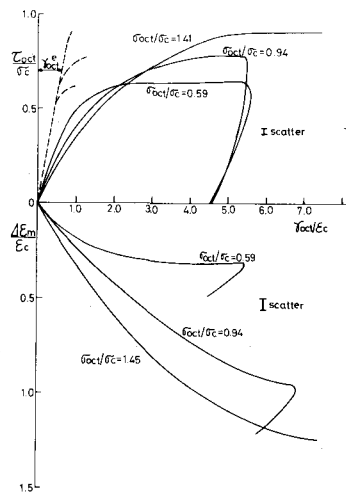


FIG. 4 Stress-strain relationships in deviatoric stress test (test C) case $h_1/\sigma_c = 0$, $\lambda = -1$

まとめて示した図が、FIG. 4 であるが、この図を見ると、 σ_m/σ_c の値が変わっても γ_{oct}^E のカーブはかわらない。これは平均応力 σ_m/σ_c の増大によっても、材料の弾性的性質がかわらないことを意味する。また σ_m/σ_c が大きいほど、 $\tau_{oct} - \gamma_{oct}$ カーブの初期の傾きが小さくなり、それだけ塑性ひずみが大きいことがわかる。静水圧に対して降伏している場合 ($\sigma_m/\sigma_c = 1.41$) では、図より、偏差応力に対しても降伏していて、ひずみ硬化域にはいつているとみなすことができる。これは、この材料が、金属のように平均応力 σ_m と偏差応力 τ_{oct} に対する変形が独立でないことを示し、FIG. 5 のような、ひずみ硬化する end cap 形の降伏条件³⁾を暗示する。これを調べるため、平均応力履歴を加えてこの偏差応力試験を行った。

FIG. 3, 4 から明らかなように、せん断中にかなり大きなコントラクション $\Delta \epsilon_m$ が存在し、クリープによる体積減少よりもかなり大きい。これは内部的に破壊された粒子の空隙への押し込みによるものと考えられる。また偏差応力の除荷によっても、かなりの体積減少が生じていることは、砂の場合と同様である⁴⁾が、注目すべきである。

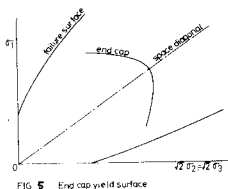


FIG. 5 End cap yield surface

(3) 平均応力履歴を加えたあとの偏差応力試験：平均応力履歴は、 $h_1/\sigma_c = 1.41$ 、 $h_1/\sigma_c = 2.42$ の2種で、 σ_m/σ_c は $h_1 = 0$ の場合と同様、 $0.59, 0.94, 1.41$ の3種である。結果の一例として、 $h_1/\sigma_c = 2.42$ 、 $\sigma_m/\sigma_c = 0.94$ 、 $\lambda = -1$ の場合を FIG. 6 に示し、 σ_m/σ_c を $0.59, 0.94, 1.41$ に変えた場合の図を FIG. 7 に示す。 $\sigma_m/\sigma_c = 0.59, 0.94, 1.41$ とともに初期の変形係数 G_1 はほぼ等し

く、その値は $h_i = 0$ の場合（正規圧縮と呼ぶ）よりも明らかに大きい。また弾性的なひずみ γ_{oct}^e に対する変形係数は、正規圧縮の場合とほぼ等しいようである。これは、弾性的性質は $h_i > 0$ の場合（過圧縮と呼ぶ）にありてもほとんど変化しないことを意味する。また、この図は静水圧履歴を加えたことにより、材料が偏差応力に対しても弾性的になったことを示しており、FIG. 5 に示す end cap 形の降伏条件が hardening したと考えられる。ただしセメントモルタルの場合には、押し広げられた降伏面の内側でも、若干の塑性ひずみが存在する。

ダイラタンス $\Delta \epsilon_m$ を示すグラフで注目すべきことは、 $\sigma_m/\sigma_c = 0.59$ で密な砂のような正のダイラタンスを示していることである。同時に $\sigma_m/\sigma_c = 0.94, 1.41$ の場合にはモコントラクタンスの大きさはずいぶん小さい。これは、平均応力履歴によって空隙が減少（構造の低次元化⁵⁾）によると考えられるが、この過圧縮の場合でも除荷によってもコントラクタンスが存在することは重要である。

$\sigma_{oct} \sim \gamma_{oct}$ カurveの初期の傾き G_i は、静水圧履歴を加えることによって、ある一定の値に近づき、 σ_m/σ_c によるちがいはなくなってくる。また $h_i/\sigma_c = 0$ では、 σ_m/σ_c が大きくなるにつれて G_i の値は大きく減少する。

以上のことから、FIG. 5 に示す end cap 形の降伏条件は、同時に降伏の程度ともいうべき意味をもっていることがわかる。これは微視的には、丹羽らの示した“内部破壊曲線”⁶⁾ に対応している。

(4) 偏差応力の増加にもよって失われるエネルギー（塑性仕事）：平均応力状態 σ_m （ひずみ ϵ_m ）に対して偏差応力 σ_{11}' , σ_{22}' , σ_{33}' が加えられると、それにもよって偏差ひずみ ϵ_{11}' , ϵ_{22}' , ϵ_{33}' とダイラタンス $\Delta \epsilon_m$ が生ずる。そうすると加えられた全エネルギー W は、弾性的にた

くめられるエネルギー W^e と塑性的に失われるエネルギー W^p の和としてあらわされる。

$$\begin{aligned} W &= W^e + W^p = \int \sigma_m d\epsilon_m + \left(\int \sigma_{11}' d\epsilon_{11}' + \int \sigma_{22}' d\epsilon_{22}' + \int \sigma_{33}' d\epsilon_{33}' \right) + \int 3\sigma_m d\epsilon_m \\ &= W(\text{hydro}) + W(\text{shear}) + W(\text{dilatancy}) \\ &= (W_h^e + W_h^p) + (W_s^e + W_s^p) + (W_d^e + W_d^p) \end{aligned}$$

W_h ：平均応力 σ_m を加えるのに要する全エネルギー， W_s ：さらに偏差応力を加えるのに要するエネルギー， W_s^p ：このうち塑性変形を生じさせるのに要するエネルギー（損失するエネルギー）， W_d ：ダイラタンスのために使われたエネルギー， W_d^p ：このうち損失するエネルギー。これらの値は、FIG. 8 に示すように、 σ_{11} , σ_{22} , σ_{33} の3つの方向の応力-ひずみ図から、その面積を求めることによって

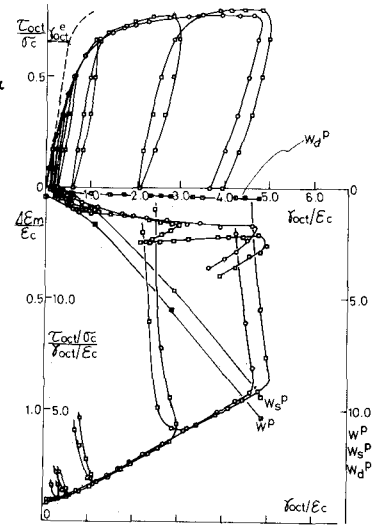


FIG. 6 Stress-strain relationships in deviatoric stress test (test C) case $h_i/\sigma_c = 2.42$, $\sigma_m/\sigma_c = 0.94$, $\lambda = -1$

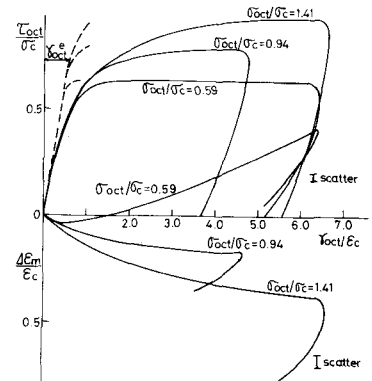


FIG. 7 Stress-strain relationships in deviatoric stress test (test C) case $h_i/\sigma_c = 2.42$, $\lambda = -1$

求められる。クリープによるひずみがあるので、クリープ仕事による誤差が含まれる。 W_d の値は正にも負にもなり得、負の場合には、 σ_m にさかかって仕事をすることになる。せん断中に失われるエネルギー W_d^p , W_s^p , 及び全塑性仕事 $W^p = W_R^p + W_s^p + W_d^p$ は、たとえば FIG. 4, 6 のように示される。図では W^p , W_s^p , W_d^p と $\frac{1}{2} \sigma_c \epsilon_c$ との比で示した。降伏にともなって、 W_s^p は急激に大きくなっていくが、 W_d^p は γ_{oct} が小さいときを除いて、 W_s^p に比べて小さく、降伏によってもその値はかわらない。

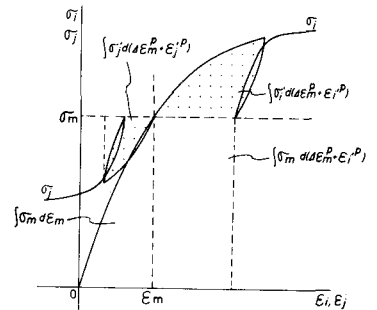


FIG. 4 Plastic works represented on stress-strain relationships

このように、ダイラタンシに対して仕事が行なわれていることは、加えられた偏差応力の大きさが、せん断変形のためにそのまま使われてはいない、ということを意味する。作用する偏差応力 τ_{oct} は、せん断変形に対する抵抗として簡単にあらわされない。すなわちダイラタンシに対する補正が必要とされ、それは変形の増分に対する仕事の増分としてあらわすことができる。J. M. Edmond らは拘束圧一定の3軸圧縮状態で、このダイラタンシ補正をおこなっている⁷⁾。偏差ひずみ $d\epsilon_{ij}$ とダイラタンシ $d\epsilon_m$ が生ずるときになされる仕事の増分 dW は、

$$\begin{aligned} dW &= \sigma'_{ij} d\epsilon_{ij} + 3\sigma_m d\epsilon_m \\ &= \frac{3}{2G} \tau_{oct} d\tau_{oct} + 3\sigma_m d\epsilon_m \quad (d\sigma'_{ij} = 2G d\epsilon'_{ij}) \\ \frac{2dW}{3d\tau_{oct}} &= \tau_{oct} + 2\sigma_m \frac{d\epsilon_m}{d\tau_{oct}} \end{aligned}$$

こうして、ダイラタンシに対して補正された偏差応力 $(\tau_{oct})_r$ は、変形への抵抗値として、

$$(\tau_{oct})_r = \tau_{oct} + 2\sigma_m d\epsilon_m / d\tau_{oct}$$

として得られる。 $d\epsilon_m / d\tau_{oct} > 0$ で $(\tau_{oct})_r > \tau_{oct}$, $d\epsilon_m / d\tau_{oct} < 0$ で $(\tau_{oct})_r < \tau_{oct}$ 。

このようにして求めた $(\tau_{oct})_r$ を計算するときには、クリープによる誤差が含まれるので、注意を要する。

4. まとめ : 巨視的な変形のメカニズムは、微視的な変形のメカニズムの集積の結果として、我々の目に見えるものであるから、この巨視的な変形は、つねに微視的な変形との関係において論ぜられねばならない。すなわち、以上の述べたようなことがらは、モルタルの実質部分の間隙への落ちこみ、内部的に破砕された粒子同志のありこえ、微視的なクラックの発生、発達、間隙の圧差、セメントペーストと骨材とを分離、ペースト部分の流動、などとの関係で考えられねばならない。

謝辞 : この研究は、斎藤敏明、富樫豊、山中俊美、辻本真明、加藤保道の諸氏の助言と協力のもとにおこなわれた。深く感謝します。

参考文献 : 1. 窪田, 秋本, 川本: 三軸圧縮応力下におけるモルタルの変形特性, 土木学会論文集, 1959, 1970 pp 75~83, 2. 丹羽, 中川: 静水圧下におけるモルタルの挙動について, 土木学会論文集, 185号, 1971, pp 43~50, 3. J. B. Heatham Jr: A new yield condition and hardening rule for rocks, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. vol. 9, 1972, pp 453~474, 4. Hon-Yim Ko, R.F. Scott: Deformation of Sand in shear, ASCE, 1967, SM5, pp 283~310, 5. 三笠: 土の力学にかける構造の概念の意義について, 37年, 土木学会講演会概要 III-14, 6. 丹羽, 小柳, 中川, 三軸圧縮応力下におけるコンクリートの破壊過程, 土木学会論文集 185号, 1971, pp 31~41, 7. J.M. Edmond, M.S. Paterson: Volume Change during the deformation of rocks at high Pressures Int. J. Rock Mech. Min. Sci. vol. 9, 1972, pp 161~181