

高い橋脚を有する橋の動的解析

佐藤欽工株式会社 正会員 ○ 滝口五郎

佐藤欽工株式会社 正会員 大石順一

金沢大学 工学部 正会員 小堀為雄

1. まえがき

近年、電子計算機の発達や材料の高性能化等により、スレンダーな部材をもつ橋梁の製作が可能になった反面、振動をしやすい橋梁を生む結果となった。さらに、都市内高架橋や山間部の高速道路にかかる橋梁は土地利用、あるいは可搬部材長によるスパン長の制限等により、下部構造にフレキシブルな1本柱やスレンダーな高い橋脚を採用する例が多くなったことに加え、走行荷重の大型化や交通量の急激な増加が著しくなり、走行荷重による振動が激しくなった。この振動は橋桁だけでなく、橋脚も同時に振動する桁-橋脚系の振動と考えられ、今後の製作には地震による振動のみでなく桁-橋脚系の走行荷重による振動も必要になるものと考えられる。

以上のようなことから、本研究は桁と橋脚とを同一振動系と考え、数値解析を用いて、系の振動特性について、一考察を行うものである。

2. 解析モデル

数値解析モデルとしては2本の橋脚に1本の単純桁がかかっている状態の橋梁を考え、桁と橋脚を一体の系とするために桁の支承部(桁と橋脚の接合点)にはモーメントスプリングをそう入した。モーメントスプリングの影響はスプリング定数 k 、橋脚頂部のたわみ角 θ 、曲げモーメント M の関係を $\theta = M/k$ なるたわみ角を生ずる。なお、 k は無次元化したパラメータ ρ を用いて $k = \rho(EI_2)$ で表わされる。このモーメントスプリングのパラメータ ρ を変化させることにより桁の支承部の結合状態を、完全剛結状態からヒンジの状態まで表わせるようにしたもののである。結合部がヒンジのときは桁の水平移動により桁の振動が橋脚に伝達されるものとし、完全剛結とヒンジの中間の状態から、完全剛結状態まではモーメントスプリングにより橋脚頂部に曲げモーメントが作用し、このモーメントと桁の水平移動の双方の作用により桁の振動が橋脚に伝達されるものとした。

ここで、完全剛結状態をタイプⅠ、剛結とヒンジとの中間の状態をタイプⅡ、ヒンジの状態をタイプⅢとした。

解析にあたっての仮定としては次のものを考える。

- 部材は完全弾性体であり、等質、等断面とする。
- 橋脚頂部はモーメントに比例するたわみ角をとるものとする。
- 変形による部材長の変化はないものとする。
- 軸力の影響は無視し、縦振動はないものとする。
- 振動は減衰しないものとする。
- 橋脚下部は完全固定とする。

なお、解析モデルの図は図-1に示しておく。

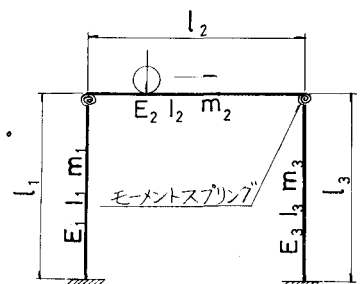


図-1

3. 基本式

いま単一材材として第 j 番目の部材を取り出し、この第 j 部材のたわみを y_j とすると、第 j 部材の自由振動方程式は式(1)で表わされる。

$$E_s I_s \cdot \frac{\partial^4 y_j}{\partial x^4} + m_s \frac{\partial^2 y_j}{\partial t^2} = 0 \quad \text{----- (1)}$$

ここで、 E_s : 弾性係数、 I_s : 断面2次モーメント、 m_s : 質量を表わす。

y_j を $y_j = X_s \cdot \sin \omega t$ で表わされると仮定すると、式(1)の一般解は式(2)となる。

$$X_s = A_s \cdot \sin \alpha_s x + B_s \cdot \cos \alpha_s x + C_s \cdot \sinh \alpha_s x + D_s \cdot \cosh \alpha_s x \quad \text{----- (2)}$$

ここで、 $\alpha_s = m_s \omega^2 / E_s I_s$ ω : 固有振動数

モーメントスプリングにより、橋脚頂部に曲げモーメントに比例した、たわみ角を生ずるので、橋脚頂部と桁端部のたわみ角の間には式(3)の関係が成立する。

$$y'_j = y'_j - E_s I_s y''_j / k \quad \text{----- (3)}$$

ここで、 y'_j は y_j を x について一回微分したことを表わす。

スプリング定数 k については $M = k \cdot i$ の関係があるので、 k を0にとれば $M = 0$ となり、タイプⅢを表わし、 k を無限大にとれば $i = M/k$ より、 $i = 0$ となり、タイプⅠを表わす。

式(3)はモーメントスプリングによる結合部の境界条件式であり、他の条件式はラーメンの境界条件式と一致する。そこで式(2)に橋脚頂部・下部および桁両端の境界条件を適用して $A_s, B_s, \dots, C_s, D_s$ の12の係数に関する同次式をつくる。同次式が0以外の解をもつためには係数がつくった行列式が0を満足しなければならない。行列式が0を満足する α_s が求める解であり、 α_s と ω との関係式より固有振動数 ω が求まる。ここで作られた係数による行列の結果を表-1に示す。

4. 数値計算例

数値計算には単純桁として支間25m、中員8.25m、断面2次モーメント0.2030 m^4 、重量1.143 $\frac{t}{m}$ の合成桁を、橋脚として橋脚高20m、断面2次モーメント0.0838 m^4 、重量0.8 $\frac{t}{m}$ の鋼製ラーメン式橋脚を標準モデルとして考えた。

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & SH_1 & CH_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \alpha_1 C_1 & -\alpha_1 S_1 & \alpha_1 CH_1 & \alpha_1 SH_1 & -\alpha_2 & -\alpha_2^2 \gamma_1 / k & -\alpha_2 & \alpha_2^2 \gamma_1 / k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_2 & C_2 & SH_2 & CH_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_2^3 S_1 & \alpha_2^3 C_1 & -\alpha_2^3 SH_1 & -\alpha_2^3 CH_1 & 0 & -\alpha_2^3 \gamma_2 & 0 & \alpha_2^3 \gamma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_2^3 S_2 & \alpha_2^3 C_2 & -\alpha_2^3 SH_2 & -\alpha_2^3 CH_2 & 0 & -\alpha_2^3 \gamma_2 & 0 & \alpha_2^3 \gamma_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_3 & C_3 & SH_3 & CH_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_3 & -S_3 & CH_3 & SH_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_3 C_3 & -\alpha_3 S_3 & \alpha_3 CH_3 & \alpha_3 SH_3 & -\alpha_3 & -\alpha_3^2 \gamma_3 / k & -\alpha_3 & \alpha_3^2 \gamma_3 / k \\ AC_1 & AS_1 & ACH_1 & ASH_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_3^3 \gamma_3 & 0 & \alpha_3^3 \gamma_3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$S_s = \sin \alpha_s L_s, C_s = \cos \alpha_s L_s, SH_s = \sinh \alpha_s L_s, CH_s = \cosh \alpha_s L_s, \gamma_s = E_s I_s, \gamma_0 = m_s L_s \omega^2$$

$$AC_1 = -\alpha_1^3 S_1 C_1 / \gamma_1 S_1, AS_1 = \alpha_1^3 S_1 S_1 / \gamma_1 C_1, ACH_1 = -\alpha_1^3 S_1 CH_1 / \gamma_1 SH_1, ASH_1 = \alpha_1^3 S_1 SH_1 / \gamma_1 CH_1$$

表 - 1

可能であるし、重量を減少することも可能になる。また、スパン長は同一でも橋の中員の大小、中員構成の差違によっても断面2次モーメント、重量、共に大きな差が生ずる。そこで、本研究では桁、橋脚のそれぞれについて断面2次モーメントを変化させた場合、重量のみを変化させた場合、断面2次モーメント、重量の両方を同時に変化させた場合についての固有振動数を計算し、走行荷重の卓越周期との関係について検討を行う。計算結果については現在整理中であり、講演時に発表する。

参考文献

- 1) 小堀為雄 応用土木振動学 森北出版
- 2) 小堀・森本 不完全な剛結部を有する構造物の振動性状について 土木学会論文集 196号