

円孔を有するウェブの曲げおよびせん断座屈強度

金沢大学 正会員 吉 田 博
金沢大学 正会員 細 川 豊

1 ま え が き

最近、水道管やガス管を橋りょうの床組に通すため、横桁のウェブに円孔をあけたり、建築および船舶のプレートガーダーに、配管のための円孔をあけることが多い。このようなフランジおよび補剛材により、2回折れたウェブに孔があけられた場合、曲げおよびせん断座屈強度はどの程度減少するかまた、補強のためにどのような補剛材を必要とするかについて検討を行うため、簡単なモデルに対する有限要素解析を行ったので、その結果について報告する。

2 解 析 法

任意形状および任意の境界条件に対する板の座屈解析を行うため、三角形有限要素法を用いる。板の面外変位の問題に対しては四角形要素に比較して三角形要素は精度の面で問題があるが、C.A.Felippaらの三角形要素をさらに3つのSubelementに分割し、それぞれSubelement内で3次の完全多項式で表わされる変位関数を用いた。

まず、座屈前の応力状態を知るため、2次元三角形有限要素解析を行う。補剛材は三角形要素の1辺に沿うトラス要素と考へて、弾塑性性平面応力解析を行い、各要素の σ_x , σ_y , τ_{xy} , および ϵ_x , ϵ_y , γ_{xy} を知ることができる。降伏条件はMisesの式を用い、応力-ひずみ関係はPrandtl-Reussの式を用いた。

Felippaの変位行列を $\{A\}$ 、 N 番目の有限要素の一般化座標を $\{r_N\}$ とすると、座屈変形に伴う N 枚の面 W は、 $W = \{A\}\{r_N\}$ で表わされ、曲率とねじり率を表わす行列 $\{x\}$ は、 $\{x\} = \{\partial^2 W / \partial x^2, \partial^2 W / \partial y^2, 2\partial^2 W / \partial x \partial y\} = \{C\}\{r_N\}$ となる。ここに、 $\{C\} = \{\partial^2 \{A\} / \partial x^2, \partial^2 \{A\} / \partial y^2, 2\partial^2 \{A\} / \partial x \partial y\}$ である。応力マトリックス $\{P\}$ と傾斜行列 $\{G\}$ を

$$\{P\} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix} \quad \{G\} = \begin{bmatrix} \partial \{A\} / \partial x \\ \partial \{A\} / \partial y \end{bmatrix}$$

とし、曲げおよびねじりモーメントの関係を $\{M\} = \{D\}\{x\}$ とみると、有限要素 N の曲げに対する剛性行列 $\{K_N\}$ と安定係数行列 $\{K'_N\}$ は、 $\{K_N\} = \iint \{C\}^T \{D\} \{C\} dx dy$, $\{K'_N\} = t \iint \{G\}^T \{P\} \{G\} dx dy$ である。ここに、 $\{D\}$ は塑性域においては塑性変形理論によるものとし、塑性域においてはすべり、計算を増分形式で行った。板全体の剛性行列および安定係数行列に補剛材の剛性行列および安定係数行列を附加すると座屈条件式は、 $\|K\| - \|K'\| = 0$ となる。ここに、 $\|K\|$ および $\|K'\|$ は全体の剛性および安定係数行列である。

3 計 算 結 果

計算は1辺60cm、厚さ5mmの正方形板に円孔がない場合、中心に12cmおよび30cmの円孔がある場合について行った。純せん断を受けるときは周辺単純支持と周辺固定について、また、純曲げを受ける場合は周辺単純支持のみについて、1次および2次の座屈モードの計算を行った。円孔のまわりの補剛材は純せん断を受ける時のみ、ウェブとの曲げ剛度の比を $\delta = 5.0$ 、断面積比を $\delta = 0.1$

の場合について計算を行、た。計算結果をオ1表およびオ2表に示す。これらの表には弾性座屈強度のみが示されている。またオ2図には円孔を有する板のせん断座屈のモードが示されている。

4. 考 察

せん断座屈に対しては円孔が大きいかと周辺固定の影響が大きくなる。円孔が大きくなると急激に座屈強度が減少する。補剛材を有するものと有しないものの比は円孔の大きさに関係なくほぼ一定である。

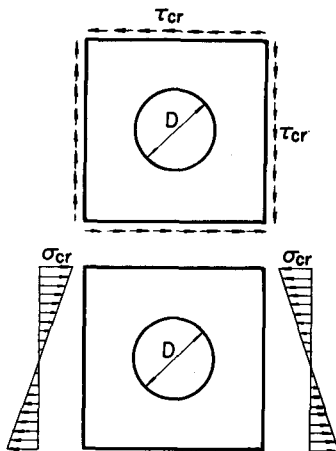


図-1 計算のモデル

曲げ座屈に対しては円孔のない場合は2次のモードが小さい座屈応力を与えるが、円孔を有する場合は1次のモードが小さい座屈応力を与える。

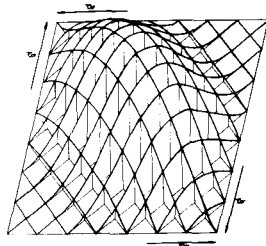
さらに詳細な計算結果については講演当日発表する。

オ1表 せん断座屈強度

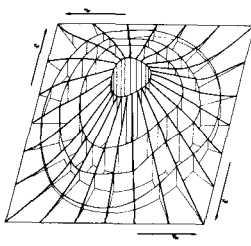
D (mm)	節点数	要素数	支持条件	座屈応力 (kg/cm ²)	
				補剛材なし	補剛材あり
0	36	49	単純	1254	
			固定	2019	
120	51	74	単純	968	1362
			固定	1584	
300	49	70	単純	453	641
			固定	874	

オ2表 曲げ座屈強度

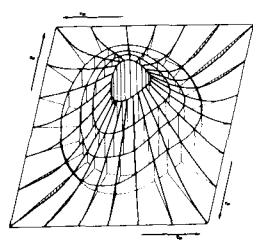
D (mm)	節点数	要素数	支持条件	座屈応力 (kg/cm ²)	
				モード1	モード2
0	45	64	単純	3670	3627
120	54	82	単純		
300	65	98	単純	2016	2680



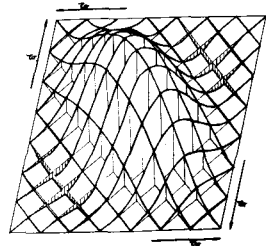
(a) 孔なし単純支持



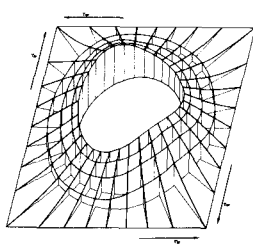
(c) $D=120\text{mm}$ 無補剛



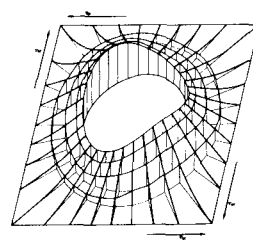
(e) $D=120\text{mm}$ 補剛



(b) 孔なし周辺固定



(d) $D=300\text{mm}$ 無補剛



(f) $D=300\text{mm}$ 補剛

図-2 座屈モード (せん断)

参 考 文 献

- 1) C. A. Felippa and R. W. Clough: "A Refined Quadrilateral Element of Plate Bending." Proc. Conference on Matrix Methods in Structural Mechanics. Wright Patterson Air Force Base, Ohio Oct., 1968.