

弾塑性基礎上の柱の荷重～変形性状

信州大学 正会員 草間 孝志
信州大学 学生員 〇丸山 雅淑

多くの横ばりに剛結された柱は近似的に連続した基礎上の柱とみなすことができる。本文はこのような柱（両端ヒンジ）が中心圧縮を受けたときの座屈後の荷重の低下の傾向を知るうとするもので、どのような場合、どの程度、横ばりによって荷重の低下を防ぐことができるかを検討しようとするものである。現在、計算を続行中であって完全な結論を得ていない。本報告は主として、目的、問題点、考え方、計算方法について述べ、今までに行なった計算結果の一例を示すこととする。

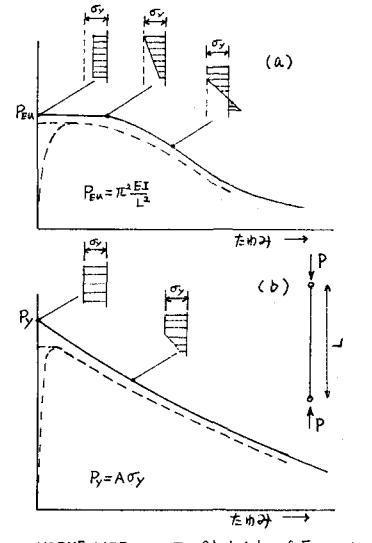
1. 数値計算に先だっての考え方と問題点

応力～ひずみ関係を理想弾塑性と仮定したとき、通常の柱の中心圧縮柱の座屈後の荷重～変形性状は、座屈が Euler 荷重 ($P_{EU} = \pi^2 EI / L^2$) で支配される場合と、降伏軸力 ($P_y = A\sigma_y$) で支配される場合と、その傾向が異なることはすでに知られている。図-1 は通常の中心圧縮柱の座屈後の荷重～変形関係を (a) の場合 ($P_y > P_{EU}$) と (b) の場合 ($P_y < P_{EU}$) について示したものである。このように通常の中心圧縮柱の荷重～変形性状の定性的な傾向は P_y, P_{EU} の 2 つの値によって定められることがわかる。

弾塑性基礎上の柱が中心圧縮を受けたとき、座屈後の荷重～変形関係に影響を与える主な因子としては、前述の P_y, P_{EU} のほかに弾性基礎上の柱の座屈荷重が考えられる。

$$P_E = n^2 \frac{\pi^2 EI}{L^2} + \frac{A_s L^2}{n^2 \pi^2}, \quad \text{ここで } A_s = \text{地盤係数}$$

これら P_y, P_{EU}, P_E の 3 つの軸力のうち、 P_y は $P_{EU} > P_y$ でかつ基礎に比し柱が弱いという特別な場合の限界軸力を意味し、 P_{EU} は $P_{EU} < P_y$ でかつ柱に比し基礎が極端に弱いときの限界軸力を考えることができる。 P_E と P_{EU} を比較すると、 $P_E > P_{EU}$ であるから、 P_y, P_E, P_{EU} の間には次の 3 通りの場合が存在する。



HORNE, MERCHANT; Stability of Frames (1)

図-1

(a) $P_y > P_E > P_{EU}$ の場合 (b) $P_E > P_y > P_{EU}$ の場合 (c) $P_E > P_{EU} > P_y$ の場合

この 3 つの場合について、座屈後の荷重の低下が定性的にどのように異なるかを知るうとするのが本研究の目的であるが、荷重低下に定量的に影響を与える因子としてさうに、柱の特性長 (λL , $\lambda = \sqrt{A_s / 4EI}$) と基礎の極限支持力 A_s が考えられる。また、通常の中心圧縮柱の場合と異なり座屈モードについても検討する必要がある。なぜなら、1 次モードが必ずしも荷重の最小値を与えるという保障がないからである。したがって、前記 (a), (b), (c) の 3 つの場合について、 λL , \bar{W} , モードの種々な値について検討しなくてはならない。なお、座屈問題には残留応力が影響するといわれているが、ここでは少しでも問題を簡単にするため残留応力は無視した。

2. 変形曲線の計算式

変形計算は、いわゆるCDC計算法を弾塑性基礎上の柱に適用して行なった。図-2に示すように柱の要素の1つを取り出すると、 i 点と $i+1$ 点との関係はつきの無次元式によつて表わされん。

$$\xi_{i+1} = \xi_i - \frac{4}{\pi} \lambda l \varphi_i, \quad \delta_{i+1} = \delta_i + \lambda l \xi_i - \frac{2}{\pi} (\lambda l)^2 \varphi_i,$$

$$Q_{i+1}/\lambda M_p = Q_i/\lambda M_p + R_i/\lambda M_p,$$

$$m_{i+1} = m_i + \frac{Q_i}{\lambda M_p} \lambda l + \frac{R_i}{\lambda M_p} \lambda l (1 - \xi_{ci}) + \frac{P_y}{2\sqrt{EI}} \frac{P}{P_y} (\delta_{i+1} - \delta_i)$$

$$R_i/\lambda M_p = \lambda l \int_0^l \varphi d\xi, \quad \xi_{ci} = \int_0^l \varphi d\xi / \int_0^l \varphi d\xi$$

ここで、 $\xi = \lambda l \varphi / \lambda^2 M_p$, $\delta = \lambda l y / \lambda^2 M_p$, $m = M/M_p$, $\varphi = w/\lambda^2 M_p$, $\psi = \phi/\phi_y$, $\xi = x/l$, $\xi_{ci} = x_{ci}/l$, λ = 形状係数, R_i = 基礎反力の合力, λ = 地盤係数, w = 基礎反力 (kg/cm)である。

3. 荷重～変形関係の数値計算法

基礎の極限支持力を \bar{w} (kg/cm)とし、 $\bar{\gamma} = \bar{w}/\lambda^2 M_p$ とおく。いま、基礎の反力～変形関係を理想弾塑性と仮定すると、基礎が弾性の場合には $\delta = S$ となり降伏すると $\delta = \bar{\delta}$ となる。それが大至り程基礎が強いことを意味する。計算に際し、まず入力、 P_y/\sqrt{EI} , $\bar{\gamma}$ を与える。入力によりて無次元弹性座屈荷重 (P_e/\sqrt{EI})と座屈モードが求まり、与えられた R_i/\sqrt{EI} によってつきの(a), (b), (c)のいずれの場合かが定まる。例えば、(b)の場合には

$$\frac{1}{2} \left(\frac{n\pi}{\lambda L} \right)^2 + 2 \left(\frac{\lambda L}{n\pi} \right)^2 > \frac{P_y}{\sqrt{EI}} > \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{\lambda L} \right)^2$$

を満足する P_y/\sqrt{EI} を与える。つきに、左端 ($i=1$) の ξ_i を与え、左端のせん断力 $Q_i/\lambda M_p$ と軸力 P/P_y を仮定し、 $M \sim P \sim \phi$ 関係と変形式を用いて右端に向かって変形計算を行なう。そして、右端の条件 $M=0$, $y=0$ を満足する P/P_y と $Q_i/\lambda M_p$ を見出す。種々なうにつけて計算するといふ、 $\sim P/P_y$ 関係を求めることができる。

図-3は変形計算のフローチャートで、図-4は計算結果の一例であり、(a)の場合に相当する。なお、現在東京大学大型計算機 HITAC 8700/8800 を用いて計算を実行中である。

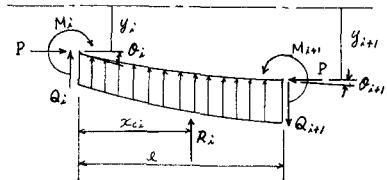


図-2

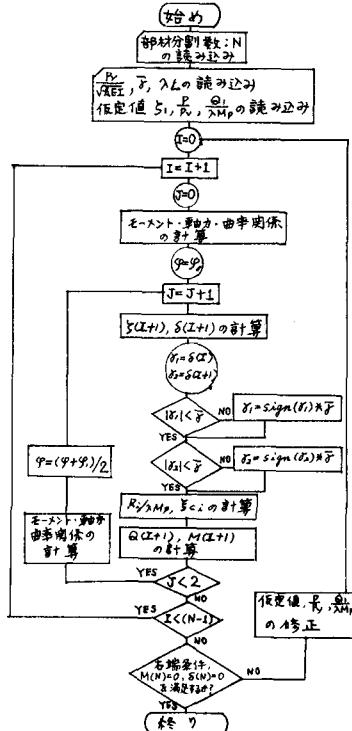


図-3

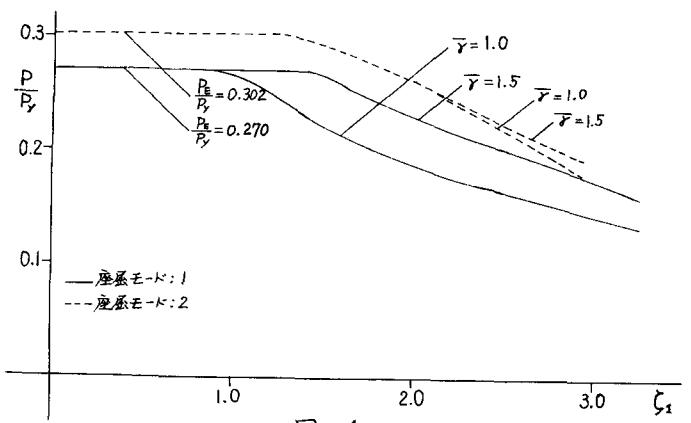


図-4