

鋼床版に関する一つの考察

名古屋工業大学
大阪市松浦 聖
・水谷 勝重

1. まえがき

鋼床版の応力の検討に用いられる応力のうち、リブの応力(縦リブの応力)の計算について若干の考察を述べるのが本文の目的である。一般に鋼床版は単なる床版としての役割だけでなく、主桁断面の一部としての役割を果たしている事が多い。例えば鋼床版を持つ上踏三至間連続プレートガーダーの場合、鋼床版は床版であると同時に主桁断面の上フランジとしての役割を果たしている。そのためにリブの応力を考えるに当たっては、自動車輪荷重による鋼床版の局部的な撓みと、主桁断面の一部としての応力との組み合わせを考えた方がよいのではないと思われる。すなわち、三至間連続梁の支点上では鋼床版には主桁断面の一部としての引張応力が内れ、逆に中央支間の支間中央では圧縮応力が内れ存在すると考えに方が、実際の状態により近く合理的ではないかと思われるのである。そこでA. HOYDENの方法を参考に鋼床版を縦リブ、横リブ、及びデッキプレートよりなる格子構造物であると見なし、主桁断面の一部としての応力と、自動車輪荷重による鋼床版の局部的な撓みとの組み合わせが、リブの応力のうち特に顕著な影響を受けるとされる縦リブ応力に及ぼす影響について考察してみた。

2. 鋼床版の縦リブの曲げモーメント影響面の計算について。

鋼床版の縦リブ応力に関する計算でその中心となるのは、曲げモーメント影響面の計算である。本文では計算を簡略化するために次のような仮定に基づいて計算を行なった。

(1)ある点に関する曲げモーメント影響面を求める場合、その点に影響を及ぼす範囲は橋軸方向に8〜9縦リブ支間長、橋軸と垂直な方向には主桁間隔全域である。

(2)自動車輪荷重による鋼床版の局部的な撓みと組み合わせて考慮する主桁断面の一部としての応力は考慮する範囲内では一定である。

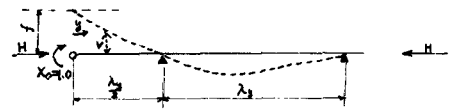
上記の仮定に基づき、エネルギー法によって縦リブ支間中央に関する曲げモーメント影響面、及び縦リブ支点上に関する曲げモーメント影響面とマクスウェルの相反作用の定理を利用して虚構の撓みに置き変えて求めた。

J_{Lr} 縦リブ断面二次モーメント, λ_r 縦リブ間隔

J_{Tr} 横リブ断面二次モーメント, λ_g 横リブ間隔

l_1 主桁間隔, l_2 仮定(1)の橋軸方向長

(A-1)主桁断面の一部としての圧縮応力 H を考慮した場合の縦リブ支間中央に関する曲げモーメント影響面(中央の縦リブ 第1状態(撓みは下方向正))



曲げモーメント: $M = X_0 - H(f - V)$

微分方程式: $EJ_{Lr}V'' + HV = -X_0 + Hf$

$$V = -\frac{X_0}{H} \left(\frac{1}{\cos \gamma + g_2 \sin \gamma} \left\{ 1 - (\sin \gamma + g_2 \cos \gamma) \sin \omega y - (\cos \gamma - g_2 \sin \gamma) \cos \omega y \right\} \right)$$

$$f = V(0) = -\frac{X_0}{H} \frac{(1 + g_2 \tan \gamma - \cos \gamma)}{(\cos \gamma - g_2 \sin \gamma)}$$

$$X_0 = 1.0 = -\frac{H}{2\omega} \frac{\cos \gamma - g_2 \sin \gamma}{\sin \gamma + g_2 \cos \gamma}$$

よって最初の横リブまでの影響線は

$$\eta_{1ny}^{(0)} = \frac{1 - (\sin \gamma + g_2 \cos \gamma) \sin \omega y - (\cos \gamma - g_2 \sin \gamma) \cos \omega y}{2\omega (\sin \gamma + g_2 \cos \gamma)}$$

第2状態: フーリエ級数で撓み曲面を次のように表現する。

$$V(x, y) = \int_x \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3}^{\infty} V_{mn} \cos \frac{m\pi x}{l_x} \cos \frac{n\pi y}{l_y}$$

横リブ内のエネルギーは

$$A_{12} = \frac{H}{2} \int_{-\frac{l_z}{2}}^{\frac{l_z}{2}} \int_{-\frac{l_y}{2}}^{\frac{l_y}{2}} V_z^2(x, y) dx dy = \frac{\pi}{8} H \frac{l_z}{l_x} \sum_{n=1}^{\infty} (V_n^2 + 8V_n^2)$$

縦リブ内のエネルギーは

$$A_{23} = \frac{H}{2} \int_{-\frac{l_z}{2}}^{\frac{l_z}{2}} \int_{-\frac{l_y}{2}}^{\frac{l_y}{2}} V_z^2(x, y) dx dy = \frac{\pi}{8} H \frac{l_z}{l_x} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 (V_n^2 + V_n^2)$$

圧縮応力 H によって

$$A_{1H} = \frac{H}{2\lambda_z} \int_{-\frac{l_z}{2}}^{\frac{l_z}{2}} \int_{-\frac{l_y}{2}}^{\frac{l_y}{2}} V_z^2(x, y) dx dy = \frac{\pi}{8} \frac{H}{\lambda_z} \frac{l_z}{l_x} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 (V_n^2 + V_n^2)$$

第1状態での各反力が行なう仕事は

$$A_a = N_1 l_z \frac{\lambda_z}{\lambda_y} \omega \phi_1 (1 + \phi_1) \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n (V_n + V_n)$$

リッツの変分により展開係数を求め、影響面を

求めると

$$\frac{\partial}{\partial \phi_1} \left(\frac{\pi \omega^2}{8} \frac{\lambda_z \lambda_y}{l_x} \int_{-\frac{l_z}{2}}^{\frac{l_z}{2}} \int_{-\frac{l_y}{2}}^{\frac{l_y}{2}} \omega \phi_1 (1 + \phi_1)^2 \left\{ \cos \frac{\pi x}{l_x} \bar{\Phi}_1(y) + \cos \frac{3\pi x}{l_x} \bar{\Phi}_3(y) \right\} \right)$$

$$\text{ここで } \omega = \sqrt{\frac{H}{E l_x}}, \quad \gamma = \omega \frac{\lambda_y}{2}, \quad \phi_1 = \frac{\tau}{8} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\tau}{8} \right)^2} \right)$$

$$\frac{\tau}{8} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{\lambda_z \lambda_y}{2\lambda_z}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{\lambda_z \lambda_y}{2\lambda_z}}, \quad \phi_2 = \frac{1}{2\lambda_z} - \frac{1}{2\lambda_z} \frac{\lambda_z \lambda_y}{2\lambda_z} - \phi_1 \left(\frac{1}{2\lambda_z} - \frac{1}{2\lambda_z} \right)$$

$$\phi_3 = \frac{1}{2(\sin \gamma + \phi_2 \cos \gamma)}, \quad \lambda_n = \frac{1}{1 + \phi_1} \cos \frac{\pi n}{30} \left(\frac{1}{2} + \phi_1 \right) \cos \frac{(2K+1)\pi n}{30}$$

$$\bar{\Phi}_1(y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_n \cos \frac{n\pi y}{l_y}}{\pi^2 n^2 \mu^2 + \lambda_n^2}, \quad \bar{\Phi}_3(y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_n \cos \frac{n\pi y}{l_y}}{\pi^2 n^2 \mu^2 + \lambda_n^2}$$

$$\mu^2 = \frac{H}{E} \frac{l_z}{\lambda_z}, \quad N_1 = E \frac{J_{1z}}{\lambda_z}$$

他の場合もこれとほぼ同じ方法で求めるので、

簡単に結果のみ示すと次のようになる。

(A-2)主断面の一部としての圧縮応力 H を考慮

した場合の縦リブ支点上に関する曲げモーメント影響面(中央の縦リブ)

$$\text{第1状態 } \frac{1}{11\gamma} = -\frac{1}{2\omega\lambda_z} \left(\frac{\sin \omega y - \phi_1 \sin \omega y}{\sin 2\gamma} - \frac{\gamma - \phi_1 \gamma}{\lambda_y} \right)$$

$$\gamma = \lambda_y - \gamma$$

$$\text{第2状態 } \frac{\partial}{\partial \phi_1} \left(\frac{\pi \omega^2}{8} \frac{\lambda_z \lambda_y}{l_x} \int_{-\frac{l_z}{2}}^{\frac{l_z}{2}} \omega \phi_1 (1 + \phi_1)^2 \left\{ \cos \frac{\pi x}{l_x} \bar{\Phi}_1(y) + \cos \frac{3\pi x}{l_x} \bar{\Phi}_3(y) \right\} \right)$$

(B-1)主断面の一部としての引張応力 H を考慮

した場合の縦リブ支間中央に関する曲げモーメント影響面(中央の縦リブ)

$$\text{第1状態 } \frac{1}{11\gamma} = \frac{1}{2\omega} \left(\frac{\cos \gamma + \phi_2 \sin \gamma}{\sin \gamma} - \frac{\cos \gamma - \phi_2 \sin \gamma}{\sin \gamma} \right) \left(\frac{1}{\sin \gamma + \phi_2 \cos \gamma} \right)$$

$$\text{第2状態 } \frac{\partial}{\partial \phi_1} \left(\frac{\pi \omega^2}{8} \frac{\lambda_z \lambda_y}{l_x} \int_{-\frac{l_z}{2}}^{\frac{l_z}{2}} \omega \phi_1 (1 + \phi_1)^2 \left\{ \cos \frac{\pi x}{l_x} \bar{\Phi}_1(y) + \cos \frac{3\pi x}{l_x} \bar{\Phi}_3(y) \right\} \right)$$

$$\text{なお(B)においては, } \frac{\tau}{8} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{\lambda_z \lambda_y}{2\lambda_z}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{\lambda_z \lambda_y}{2\lambda_z}}, \quad \phi_2 = \frac{1}{2\lambda_z} - \frac{1}{2\lambda_z} \frac{\lambda_z \lambda_y}{2\lambda_z} - \phi_1 \left(\frac{1}{2\lambda_z} - \frac{1}{2\lambda_z} \right)$$

$$\phi_3 = \frac{1}{2(\sin \gamma + \phi_2 \cos \gamma)}$$

$$\lambda_n = \frac{1}{1 + \phi_1} \cos \frac{\pi n}{30} \left(\frac{1}{2} + \phi_1 \right) \cos \frac{(2K+1)\pi n}{30}$$

$$\bar{\Phi}_1(y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_n \cos \frac{n\pi y}{l_y}}{\pi^2 n^2 \mu^2 + \lambda_n^2}, \quad \bar{\Phi}_3(y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_n \cos \frac{n\pi y}{l_y}}{\pi^2 n^2 \mu^2 + \lambda_n^2} \quad \text{となる。}$$

(B-2)主断面の一部としての引張応力 H を考慮

した場合の縦リブ支点上に関する曲げモーメント影響面(中央の縦リブ)

$$\text{第1状態 } \frac{1}{11\gamma} = -\frac{1}{2\omega\lambda_z} \left(\frac{\sin \omega y - \phi_1 \sin \omega y}{\sin 2\gamma} - \frac{\gamma - \phi_1 \gamma}{\lambda_y} \right)$$

$$\text{第2状態 } \frac{\partial}{\partial \phi_1} \left(\frac{\pi \omega^2}{8} \frac{\lambda_z \lambda_y}{l_x} \int_{-\frac{l_z}{2}}^{\frac{l_z}{2}} \omega \phi_1 (1 + \phi_1)^2 \left\{ \cos \frac{\pi x}{l_x} \bar{\Phi}_1(y) + \cos \frac{3\pi x}{l_x} \bar{\Phi}_3(y) \right\} \right)$$

3. 実例計算

$$\lambda_y = 2 \text{ m}, \quad \lambda_z = 0.3 \text{ m}, \quad l_x = 6 \text{ m}, \quad J_{1x} = 36600 \text{ cm}^4, \quad J_{1z} = 2209 \text{ cm}^4$$

の場合の計算結果を次に示す。(考慮に入れた応力のうち、引張応力を一、圧縮応力を十と表現)

(A-1)及び(B-2)の影響面及び曲げモーメント

第1状態 第2状態

(影響線最大縦距)

	$\gamma = 0$		$\gamma = \gamma_0$	
	$\frac{\gamma}{l_y}$	0	$\frac{\gamma}{l_y}$	0
+1000 kg/cm ----	0	0.0284	0.0271	0.0240
考慮しない ----	0	0.0249	0.0238	0.0210
-1000 kg/cm ----	0	0.0221	0.0211	0.0186
-2000 kg/cm ----	0	0.0188	0.0189	0.0166
-2000 kg/cm ----	0	0.0159	0.0159	0.0159

活荷重による曲げモーメントを求めると ($i = 0.4$)

$$+1000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} \cdots 3.09972 \text{ m}, \quad 0 \cdots 2.95742 \text{ m}, \quad -1000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} \cdots 2.84252 \text{ m}, \quad -2000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} \cdots 2.73176 \text{ m}$$

(A-2)及び(B-2)の影響面及び曲げモーメント

第1状態

第2状態

	$\gamma = 0$		$\gamma = \gamma_0$	
	$\frac{\gamma}{l_y}$	0	$\frac{\gamma}{l_y}$	0
+1000 kg/cm ----	0	0.0546	0.0503	0.0427
考慮しない ----	0	0.0515	0.0476	0.0440
-1000 kg/cm ----	0	0.0449	0.0449	0.0377
-2000 kg/cm ----	0	0.0467	0.0429	0.0352
-2000 kg/cm ----	0	0.0457	0.0429	0.0331

活荷重による曲げモーメントを求めると ($i = 0.4$)

$$+1000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} \cdots 0.83216 \text{ m}, \quad 0 \cdots 0.83526 \text{ m}, \quad -1000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} \cdots 0.83276 \text{ m}, \quad -2000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} \cdots 0.83016 \text{ m}$$

4. まとめ 上記計算結果によると最大12%の

曲げモーメントの差が生じている事がわかる。

この実例よりも小さい断面の鋼床版を使用した場合

等で更に大きな差が生じる事が予測されるので

鋼床版の縦リブ応力の計算には、主断面の一部

としての応力との組み合わせを考慮して計算を行

った方がよいと思われる。

さいごに、この研究に関して、新日本技研KKの

高尾孝二氏に討議助言をいただいたことを付記し

、謝意を表します。

参考文献 INQ.A.HOYDEN : Beitrag zur Berechnung

„Orzotropen platten“ unter Berücksichtigung der

Theorie II. Ordnung mittels der Energiemethode.