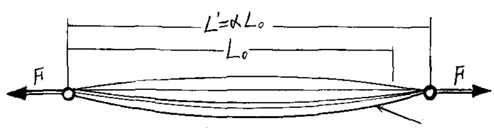
非線形特性を有する引張材による構造物の静的挙動の調整

信州大学　工学部　正会員　吉沢孝和
信州大学　工学部　学生員　○斉藤　新

1. 本研究の目的　　構造物が強大な外力を受けて崩壊に至る過程を克明に追跡し、その構造物の耐荷力を検討することは安全工学上重要な要件である。この過程は一般に複雑な挙動を示し、解析上は非線形問題として取り扱われる。　本研究においては、トラス構造を例にとり、その特定の節点間を高張力鋼線で結合した系について、材料の力学特性、及び載荷後の形状変化を考慮して解析を行ない、高張力鋼線の配置方式によって構造物の変形挙動がどのように制御され、またその耐荷力がどのように調整されるかを考究する。

2. 高張力鋼線による引張材の応力・ひずみ特性の調整　　構造用鋼材の力学特性は、降伏点応力は低く、破断時のひずみは大である。一方、高張力鋼線は降伏点応力は高く、破断時のひずみは小である。例えば、SS41とSWPC1との関係をみれば、SWPC1の降伏点応力はSS41と比べて7.25倍であるが、逆に破断時のひずみは17.5％である。このような特性を利用して、両者の欠点を相互におぎなうような方式で高張力鋼線と構造用鋼材とを組み合わせ、任意の応力・ひずみ特性を有する引張材をつくり出すことができる。これを利用して、構造物の変形挙動、および耐荷力を調整することが可能である。

3. 組み合わせ引張材の基本式　　長さ L_i，断面積 A_i，弾性係 E_i を有する数本の高張力鋼線を図－1のように組み合わせて引張する。この材料が引張されて長さ $L'=\alpha L_0$ になったとする。各要素線材の伸び状況は、$L_1 < L_2 < L_3 \cdots\cdots < L_j < L'(=\alpha L_0) < L_{j+1} < L_{j+2}$ とすれば、このときの組み合わせ材に発生する引張力はつぎのような形で与えられる：



図－1. 組み合わせ引張材

$$F=\sum_{i=1}^{j}\frac{E_i A_i}{\alpha_i}(\alpha-\alpha_i)=\sum_{i=1}^{j}\frac{E_i A_i}{\alpha_i}\cdot\frac{\Delta L}{L_0}-\sum_{i=1}^{j}\frac{E_i A_i}{\alpha_i}(\alpha_i-1) \qquad (1)$$

ここに ΔL は組み合わせ引張材の伸びである。上式において、各要素線材の E_i，A_i，α_i を種々組み合わせることにより、伸び ΔL に対して所定の引張力 F を発生するような引張材の設計ができる。

4. 構造用鋼材と高張力鋼線とを組み合わせた部材の応力・ひずみ関係　　構造用鋼線の長さを L_s，高張力鋼線の長さを L_w，両者を組み合わせたときの初期長を L_0 とし，$L_s > L_w$，すなわちプレストレスが発生する場合を考察してみる。このとき、つぎの5種類の状態が考えられる：

(i) $L_s < L'$；　(ii) $L' = L_s$；　(iii) $L_w < L' < L_s$；　(iv) $L' = L_w$；　(v) $L' < L_w$；　　(2)

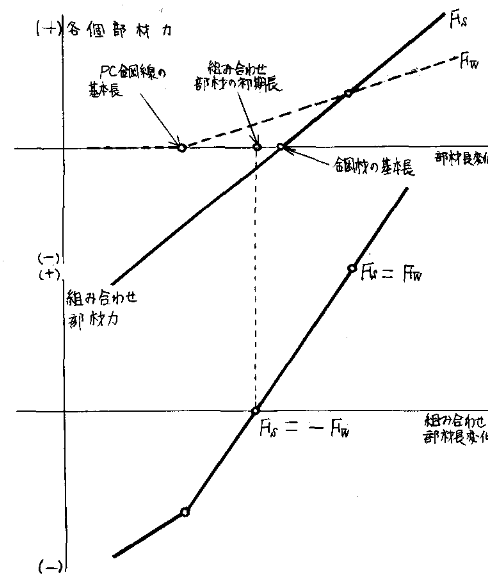
このような組み合わせ部材に働く力はつぎの形で与えられる：

$$F=\left[\left(\frac{EA}{L}\right)_w+\left(\frac{EA}{L}\right)_s\right]L'-\left[(EA)_w+(EA)_s\right] \tag{3}$$

組み合わせ部材の長さ変化と部材力との関係は表－1のように示される。

表－1　組み合わせ部材の変形量と部材力との関係

$L_s < L'$	$F=\left[\left(\frac{EA}{L}\right)_w+\left(\frac{EA}{L}\right)_s\right]L'-\left((EA)_w+(EA)_s\right)$
$L'=L_s$	$F=\left(\frac{EA}{L}\right)_w(L_s-L_w)$
$L_w < L' < L_s$	$F=\left[\left(\frac{EA}{L}\right)_w+\left(\frac{EA}{L}\right)_s\right]L'-\left((EA)_w+(EA)_s\right)$
$L_0 < L'$ $L_0 = L'$ $L_w < L' < L_0$	$F > 0$ $F = 0$ $F < 0$
$L'=L_w$	$F=\left(\frac{EA}{L}\right)_s(L_w-L_s)$
$L' < L_w$	$F=\left(\frac{EA}{L}\right)_s(L_w-L_s)$



5. トラス構造物の非線形解析式　　n本の部材で構成され、おこりうる節点変位の数がm個であるような平面トラス系を考えて、つぎのようなマトリックスを定義する：

部材力マトリックス　$[n \times 1]$：　$\mathbb{F}=\{F_1,\ F_2,\ F_3,\text{------}F_n\}$

剛性マトリックス　$[n \times n]$：　$\mathbb{S}=diag\left\{\left(\frac{EA}{L}\right)_1,\left(\frac{EA}{L}\right)_2,\left(\frac{EA}{L}\right)_3\text{-------}\left(\frac{EA}{L}\right)_n\right\}$

変位マトリックス　$[m \times 1]$：　$\mathbb{D}=\{u_1,\ v_1,\ u_2,\ v_2\text{------}u_s,\ v_s\}$

領域補正マトリックス$[n \times 1]$：　$\mathbb{C}$＝応力領域の変化に対する補正項

射影マトリックス　$[n \times m]$：　$\mathbb{P}$＝各部材の方向余弦$(\cos\theta, \sin\theta)$を要素とするマトリックス

材料の非線形力学特性を考慮し、微小変形の仮定によれば部材力マトリックスはつぎの形で与えられる：

$$\mathbb{F}=\mathbb{S}\,\mathbb{P}\,\mathbb{D} \tag{4}$$

荷重マトリックスを$\mathbb{L}=\{P_1,\ Q_1,\ P_2,\ Q_2,\ \text{-------}Q_s\}$とすれば、トラスの各節点における力の平衡条件式はつぎのようになる：

$$\mathbb{L}-\mathbb{P}^T\mathbb{F}=0 \tag{5}$$

ここに$\mathbb{P}^T$は$\mathbb{P}$の転置を表わす。式(4)，(5)より，変位マトリックス$\mathbb{D}$はつぎのように得られる：

$$\mathbb{D}=[\mathbb{P}^T\mathbb{S}\,\mathbb{P}]^{-1}[\mathbb{L}-\mathbb{P}^T\mathbb{C}]$$

系の形状変化による影響を考慮し、荷重マトリックス$\mathbb{L}$を微小分割して、系に作用させる場合、漸

増荷重段階(j)番目における反復計算(r)回目での系の力の平衡条件式はつぎの形で与えられる：

$$\sum_{j=1}^{j} d\mathbb{L}_j - \mathbb{P}_r^T[\mathbb{S}_r \mathbb{e}_r + \mathbb{C}_r + \mathbb{S}_r \mathbb{P}_r \mathbb{d}_r] \tag{7}$$

ここに$\mathbb{d}_r$，$\mathbb{e}_r$は変位修正値，部材の伸び量を表わしている。上式より変位修正値$\mathbb{d}_r$を求めれば，

$$\mathbb{d}_r = [\mathbb{P}_r^T \mathbb{S}_r \mathbb{P}_r]^{-1} [\sum_{j=1}^{j} d\mathbb{L}_j - \mathbb{P}_r^T(\mathbb{S}_r \mathbb{e}_r + \mathbb{C}_r) \tag{8}$$

となる。$\mathbb{d}_r$の値は反復計算により0に収束させることができる。　本文ではこの手法を平衡法と呼ぶ。

6. トラス構造物への補強材の配置

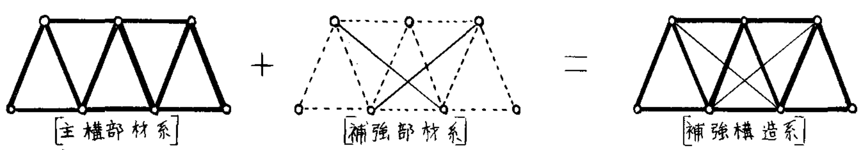
補強材として高張力鋼線を用い、これを引張してトラスに配置した場合はプレストレス効果により、通常の設計荷重に対し経済性を高めることができる。一方、これを弛緩して配置した場合には、系が不測の外力をうけて主構材が降伏点をこえ、系全体の剛度が低下し変形しやすい状態になったとき、この系に発生する急激な変形を制御し、各部材に対する荷重配分を調整しながら崩壊を防止するのに役立つ。トラス構造物に補強材を配置するとき、次のことを考慮しなければならない。すなわち、高張力鋼線の長さL_wが構造用鋼材の長さL_sよりも十分大きくなるように配置することである。これは高張力鋼線と構造用鋼材との力学特性によっている。これを要約すると，表−2のようになる。

表−2　力学特性の相違と部材長の設定

	設定部材長	破断時のひずみ	破断時の応力
主構材	小	大	小
補強材	大	小	大

7. 補強材を有するトラス構造物の非線形解析

補強材を有するトラス系は図−3のように、主構材で構成される系と、補強材のみで構成される系との組み合わせとして解析することができる。



図−3　補強材を有するトラス系

このように、部材の特性により構造系を主構部材系と補強部材系とに分けて取り扱うことによって、トラス系に対する高張力鋼線の配置の方式を補強部材系の形状として解析に導入することができ、これにより系に対する高張力鋼線を弛緩して用いる方法や、プレストレスを導入する方法などを一括して取り扱うことが可能である。以下に、この場合の解析式を示す。まず、主構部材系、補強部材系について、表−3のようなマトリックス記号を用いる。　　補強部材系における部材力は、一般に式

表−3　マトリックス記号

	主構系	補強系
部材力マトリックス	$\mathbb{F}_s$	$\mathbb{F}_w$
剛度マトリックス	$\mathbb{S}_s$	$\mathbb{S}_w$
部材長マトリックス	$\mathbb{L}_s$	$\mathbb{L}_w$
射影マトリックス	$\mathbb{P}_s$	$\mathbb{P}_w$
領域補正マトリックス	$\mathbb{C}$	
部材の伸び量マトリックス	$\mathbb{e}_s$	$\mathbb{e}_w$

(9)のように与えられる：

$$\mathbb{F}_w = \mathbb{S}_w(\mathbb{L}_s - \mathbb{L}_w - \mathbb{P}_w \mathbb{D}) \tag{9}$$

プレストレスを導入する場合には、この$\mathbb{F}_w$が主構部材系に外力として作用するものと考えられるから、これを荷重マトリックス$\mathbb{L}_o$としてつぎのようにおく：

$$\mathbb{L}_o = -\mathbb{P}_w^T \mathbb{F}_w \tag{10}$$

また、主構部材系の部材力はつぎのように与えられる：

$$\mathbb{F}_s = \mathbb{S}_s \mathbb{P}_s \mathbb{D} \tag{11}$$

以上の関係を用いて、補強構造系に荷重$\mathbb{L}$が載荷されるとき、この構造系における平衡条件式はつぎのように与えられる：

$$\mathbb{L}_o + \mathbb{L} - \mathbb{P}_s^T \mathbb{F}_s = 0 \tag{12}$$

(9)，(10)，(11)，(12)式より、変位マトリックス$\mathbb{D}$はつぎのように得られる：

$$\mathbb{D} = [\mathbb{P}_w^T \mathbb{S}_w \mathbb{P}_w + \mathbb{P}_s^T \mathbb{S}_s \mathbb{P}_s]^{-1} [\mathbb{L} - \mathbb{P}_w^T \mathbb{S}_w(\mathbb{L}_s - \mathbb{L}_w)] \tag{13}$$

上式において、つぎの3つの場合が生ずる；

$$\left.\begin{array}{ll} \mathrm{A}: & \mathbb{L}_s - \mathbb{L}_w > 0 \\ \mathrm{B}: & \mathbb{L}_s - \mathbb{L}_w = 0 \\ \mathrm{C}: & \mathbb{L}_s - \mathbb{L}_w < 0 \end{array}\right\} \tag{14}$$

Aは系にプレストレスを与えたトラス系の解となる。Bは鋼線の初期長が、それが結合される節点間の距離に等しい場合で、鋼線が引き伸ばされた場合にのみ引張力を発生して抵抗する系である。Cは鋼線がある程度のゆるみをもった場合であり、この系においては主構部材が降伏して、系が大変形を生ずる場合にのみ作用して、崩壊の防止、または調整をなすものである。　　つぎに、前述のトラス構造物の解析式で述べたように、系の形状変化と材料の力学特性の影響を考慮して、平衡法により解析する場合の変位修正値はつぎの形で与えられる：

$$\mathbb{d}_r = [\mathbb{P}_{wr}^T \mathbb{S}_{wr} \mathbb{P}_{wr} + \mathbb{P}_{sr}^T \mathbb{S}_{sr} \mathbb{P}_{sr}]^{-1} [\mathbb{L} - \mathbb{P}_{wr}^T \mathbb{S}_{wr}(\mathbb{L}_s - \mathbb{L}_w + \mathbb{e}_{wr}) - \mathbb{P}_{sr}^T(\mathbb{S}_{sr} \mathbb{e}_{sr} + \mathbb{C}_r)] \tag{15}$$

8.　トラスの崩壊機構の解析　　漸増荷重によりトラス系のある構成部材の応力度が破断または座屈を生ずるような臨界応力に達すると、その部材の荷重負担能力は消失する。したがって以後の解析においてはこの部材を系から除外して計算を進めることになるが，急に除外すると数値計算が収束しなくなる。これに対する方策としてつぎの2つの手法がある：

i)剛度を漸減する方法――臨界応力に達した部材は徐々に荷重負担力を失なうものと仮定して、荷重値をその時点で一定に保ち当該部材の剛度を漸減して0とする。

ii)負の弾性係数による方法――鋼材の引張試験に見られるように，最大応力に達したのち　応力・ひずみ曲線の形状が逆勾配になる点に注目し、この形状をそのまま0応力まで延長して数値計算に導入する。

臨界部材応力を0に収束させると、その部材の負担してきた荷重が他の部材に配分される。その時点で系が安定なら、さらに荷重を漸増し、系が最終的に不安定となるまで数値計算を継続する。