

構造総合の推測統計的解析

金沢大学工学部 正 員 小堀 義雄
 〃 大学院 学生員 〇三上 秀行

1, まえがき. 最近, 交通量の増大と車両の大型化により, 道路橋(特トラングー, ロービ桁)¹⁾の静的・動的安定性が望まれている. ンれには一般歩行者に与える振動が大い²⁾ための“不快感”など管理上, 環境問題も含まれる. 以上の事は既設道路橋, 及び新設橋梁の設計時に, 振動感覚も含め²⁾に静的・動的安定の最適な構造の設計を指向していると思われる. 今回は一つの解析モデルとしてロービ桁の模型実験による検討例を報告する.

2, 実験計画と実験, a) 目的特性に及ぼす構造の原因系(因子)を図-1のように斜材材に想定し, 目的特性との関係は(1)式のように定義する.

$$y = f(X_{A_i}, X_{B_j}, X_{C_k}, X_{D_l}, X_{E_m}, X_{F_n}) \quad (1)$$

ンで X_{A_i} はイレベルでの因子Aの値である. 但し, $f(X_{A_i} \cdots X_{F_n})$ 以外に y に及ぼす“当てはめ欠陥”を無視する. まず $f(X_{A_i} \cdots X_{F_n})$ の線形化とれを観測値の構造モデルを(2)式のように定義する.

$$y = X_1\mu_1 + X_A\mu_A + \cdots + X_{AB}\mu_{AB} + \cdots + X_{ABCDEF}\mu_{ABCDEF} + \varepsilon = X\mu + \varepsilon \quad (2)$$

ンで y は観測値ベクトル, X は計画行列, μ は未知母数ベクトル, ε は誤差ベクトルで $E\{\varepsilon\} = 0$, $E\{\varepsilon\varepsilon'\} = I_n\sigma^2$, 又 $y, \varepsilon \in N(0, \sigma^2)$ と仮定する. 各因子の水準数は斜材が“入る”“入らない”の2水準($i, j, k, l, m, n = 1, 0; \text{mod } 2$)とする. 計画行列 X に対して, 各因子を直交配列表 $OA(32, 31, 2, 2)$ ³⁾に割りつけ(定義対比 $ABCDEF$). 1/2実施直交計画を行なう. 3因子以上の高次交互作用を無視し, ンれを誤差の推定量とする. b) 未知母数の最良線形不変推定量 $\hat{\mu}$ は一般に Gauss-Markoff の定理より, 最小=乗法で求められる. 正規方程式 $X'X\mu = X'y$ から(3)を得る.

$$\hat{\mu} = (X'X)^{-1}X'y \quad [\text{ノは転置を示す}] \quad (3)$$

c) 分散分析は μ を用いて各要因効果をF検定するのであるが, ンで $\hat{\mu}$ を用いないで, 対称行列を生成元とする集合の全体, 多元環(Algebra over Ring)を用いて分析を行なう. 直交構成から $X_A'X_B = X_A'X_C = \cdots = X_F'X_F = 0$, よって多元環 $\mathcal{A}$ の実対称行列の生成元はそのまま基底となり(4)式を得る. $\mathcal{A} = [I_n, X_A'X_A, X_B'X_B, \cdots, X_F'X_F, X_{AB}'X_{AB}, \cdots, X_{EF}'X_{EF}, X_0'X_0]$ (4)
 $\mathcal{A}$ は半単純環であり, $\mathcal{A}$ の両側イデアル分解は完全可約で, 各部分空間に一意的に直和分解される.

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 \oplus \mathcal{A}_A \oplus \mathcal{A}_B \oplus \cdots \oplus \mathcal{A}_F \oplus \mathcal{A}_{AB} \oplus \cdots \oplus \mathcal{A}_{EF} \oplus \mathcal{A}_0. \quad (5)$$

(5)式より単位元($I_n \in \mathcal{A}$)の各部分空間への主べき等元の分解が一意的である.

$$I_n = e_1 + e_A + e_B + \cdots + e_F + e_{AB} + \cdots + e_{EF} + e_0. \quad (6)$$

(6)式は観測値の平方和の独立な二次形式統計量の一意分解を与える.

$$y'I_n y = y'e_1 y + y'e_A y + y'e_B y + \cdots + y'e_F y + y'e_{AB} y + \cdots + y'e_{EF} y + y'e_0 y \quad (7)$$

(7)式が要因効果の各成分を与える. 又 $\hat{\mu}$ と e と $X\hat{\mu} = e y$ なる関係が表わされる. 帰無仮説($\mu=0$)に対する分散分析を表-1に示す. 有意となった要因効果を用い, 逆 yates の方法から欠測値

を含めての処理母平均の推定値 $\mu\{X_A$

$X_B, X_C, X_D, X_E, X_F\}$ を求め、(1) 式の最適処理組合せを決定する。

3. 実験結果、特性値として加速度(最大加速度の=乗和の平方根)と振動刺激(速度の=乗和の平方根)を採用し、変動及び奇号率の小さい要因効果は誤差に pooling し、再度分散分析を行なった結果を表-2に示す。

Table 1. Analysis of variance

Source of Variation	Sum of Squares	Degree of Freedom	Mean square (Unbiased Variance)	Variance Ratio (F value)	Contribution rate (%)
A	$\sum x_{A0}^2$	ρ_A	$\sum x_{A0}^2 / \rho_A$	$\sum x_{A0}^2 / \rho_A / (\sum x_{00}^2 / \rho_0)$	$100 \times [\sum x_{A0}^2 - (\sum x_{A0}^2 / \rho_A)] / \sum x_{00}^2$
B	$\sum x_{B0}^2$	ρ_B	$\sum x_{B0}^2 / \rho_B$	$\sum x_{B0}^2 / \rho_B / (\sum x_{00}^2 / \rho_0)$	$100 \times [\sum x_{B0}^2 - (\sum x_{B0}^2 / \rho_B)] / \sum x_{00}^2$
C	$\sum x_{C0}^2$	ρ_C	$\sum x_{C0}^2 / \rho_C$	$\sum x_{C0}^2 / \rho_C / (\sum x_{00}^2 / \rho_0)$	$100 \times [\sum x_{C0}^2 - (\sum x_{C0}^2 / \rho_C)] / \sum x_{00}^2$
F	$\sum x_{F0}^2$	ρ_F	$\sum x_{F0}^2 / \rho_F$	$\sum x_{F0}^2 / \rho_F / (\sum x_{00}^2 / \rho_0)$	$100 \times [\sum x_{F0}^2 - (\sum x_{F0}^2 / \rho_F)] / \sum x_{00}^2$
A*B	$\sum x_{AB0}^2$	ρ_{AB}	$\sum x_{AB0}^2 / \rho_{AB}$	$\sum x_{AB0}^2 / \rho_{AB} / (\sum x_{00}^2 / \rho_0)$	$100 \times [\sum x_{AB0}^2 - (\sum x_{AB0}^2 / \rho_{AB})] / \sum x_{00}^2$
A*C	$\sum x_{AC0}^2$	ρ_{AC}	$\sum x_{AC0}^2 / \rho_{AC}$	$\sum x_{AC0}^2 / \rho_{AC} / (\sum x_{00}^2 / \rho_0)$	$100 \times [\sum x_{AC0}^2 - (\sum x_{AC0}^2 / \rho_{AC})] / \sum x_{00}^2$
A*F	$\sum x_{AF0}^2$	ρ_{AF}	$\sum x_{AF0}^2 / \rho_{AF}$	$\sum x_{AF0}^2 / \rho_{AF} / (\sum x_{00}^2 / \rho_0)$	$100 \times [\sum x_{AF0}^2 - (\sum x_{AF0}^2 / \rho_{AF})] / \sum x_{00}^2$
E=F	$\sum x_{EF0}^2$	ρ_{EF}	$\sum x_{EF0}^2 / \rho_{EF}$	$\sum x_{EF0}^2 / \rho_{EF} / (\sum x_{00}^2 / \rho_0)$	$100 \times [\sum x_{EF0}^2 - (\sum x_{EF0}^2 / \rho_{EF})] / \sum x_{00}^2$
Error	$\sum x_{00}^2$	$\rho_0 - \rho_A - \rho_B - \rho_C - \rho_F - \rho_{AB} - \rho_{AC} - \rho_{AF} - \rho_{EF}$	$\sum x_{00}^2 / \rho_0$		
Total	$\sum x_{00}^2$	ρ_0			100

表-2から、 $\{X_A, X_B, X_C, X_D, X_E, X_F\}$ (斜材がない場合) の処理組合せにおいて特性値の最大値を比較すると、加速度では、振動刺激では、4実衝撃となる。この場合の各最適処理組合せを求めると、 $\{X_A, X_B, X_C, X_D, X_E, X_F\}$ になり両方とも同じ結果になった。これは C, D, F の斜吊材を挿入した場合、両特性値に対して最も低い特性を与える事を意味し、又斜吊材 A, B, E の挿入効果はあまりない事も意味する。図-2に断面力の影響線と、図-3に固有振動数とモードを示す。実線は鉛直吊材だけの場合、点線は C, D, F を挿入した場合である。静的にはニールセン型ローギ橋と類似する。軸力は大差ないが、曲げモーメントは極端に減少し、剛度と上げ、応力(軸応力と曲げ応力の合成)のなみ制衡として期待できる。動的にはモードを変え、振動数を上げ、振動変位を低減する。なお上弦材も同じ傾向を示す。

4. あとがき、非抗压材の斜材挿入により静、動的安定性が期待できるが、特に耐荷力の増大を図る既設ローギ橋には有効な方法であろう。その場合、格段に全斜材を挿入しなくても十分安定性が得られることを実験的に示した。新設橋梁の設計において、(実験的検討は不可能であるが) 斜材挿入と“当りはめ欠陥”、創設斜材の断面積、張力と主樑の剛度などを含めての γ を最適にする構造系の設計法など今後の問題として残る。最後に、終盤実験データ解析に御援助をいただいた工学部4年生、服部安雄君に感謝いたします。

参考文献

- 1): 小堀・梶川「道路橋の振動測定法とその特性」道路(1974-7)
- 2): 小堀・梶川「橋梁振動の人間工学的評価法」土木学会論文集(1974-10)
- 3): 小堀・城戸・三上「実験計画法による構造解析」土木学会中部支部研究発表会(549)
- 4): 高木他「安芸大橋(ニールセン型ローギ橋)の実験報告」土木学会論文集(1970-5)

Table 2

Shock point (1:span)	Acceleration	Stimulus
$\frac{1}{2}$	C*, D*, E*, F*, (A*)*, C*E*, E*F**	C*, D*, E*, F** C*D*, E*F**
$\frac{1}{2}$	C*, D*, E*, F** (A*)*, C*E*, E*F**	A*, C*, D*, E*, F** C*D*, E*F**

*: level of significance 5 %
*: level of significance 1 %

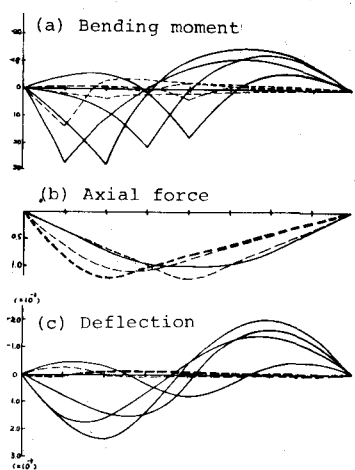


Fig.2. Influence line (Lower chord)

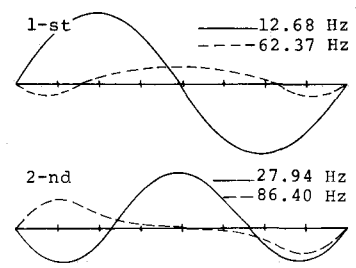


Fig.3. Natural frequency and mod