

## 連続板の動荷重による応答解析について

名古屋大学 学生員 清水 保 明

名古屋大学 正 員 梶 田 建 夫

## 1. ま え が き

合成桁橋は、中小スパンの道路橋として広く使われており、橋梁設計理論の進歩、および、使用材料の高強度化にともない、比較的剛性の小さい合成桁橋が出現するようになった。その一方、交通量の増大、車両の大型化が橋梁に与える影響が問題となっており、橋梁の動的応答をより正確に把握する必要にせまられている。従来、橋梁の動的応答解析は、橋梁を、一様な断面をもつはりとして仮定して行われてきた。しかし、合成桁橋の自由振動解析において、橋梁の幅員がスパンの半分より大きいときには、この仮定は採用できないことが明らかにされている。したがって、最近、合成桁橋を直交異方性板、あるいは、直交異方性板とはりからなる構造物と仮定し、一般の板曲げ要素<sup>1)</sup>とはり要素を使用した有限要素法 (FEM) による、単純、および、連続合成桁橋の動的応答解析、および、両端単純支持の Strip 要素を使用した有限帯板法 (FSM) による、単純合成桁橋の動的応答解析が行われている<sup>2)</sup>。ここに、FSM は、一般の FEM と比較して、自由度がかなり少なくて済み、計算時間、および、費用の面で有利となることから、その有用性が注目されている。そこで、ここでは、FSM を連続板の動的応答解析に適用する。

## 2. 解析法の概略

FSM では、板を、平行に置かれた多くの帯板に分割する。いま、Strip の両端の境界条件を満足し、節線  $i, j$  における変位の適合条件 (相隣の要素において、それらに共通する節線でのたわみ、および、傾きが、それぞれ、相等しい) を満足する変位関数をつぎのようにおく。

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} Y_m(y) \cdot [C(x)] \cdot \{\delta_m\} \quad \text{--- (1)}$$

ここに、 $[C(x)]$  は、 $x$  に関する多項式であり、はり要素に対する変位関

数として周知のものである。また、 $\{\delta\} = \{\omega_i, \theta_i, \omega_j, \theta_j\}$  は節線  $i, j$  における変位パラメータよりなるベクトルである。

基本関数  $Y_m(y)$  は、はりの横振動に対する微分方程式の解として与えられる級数関数である。ここで使用した基本関数は、つぎの 2 種類である。

## 1) 両端単純支持の場合

$$Y_m(y) = \sin \frac{\mu_m}{a} y, \quad \mu_m = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots, m\pi \quad \text{--- (2)}$$

## 2) 両端自由の場合

$$\left. \begin{aligned} Y_1(y) &= 1, & Y_2(y) &= 1 - \frac{2}{a} y \\ Y_m(y) &= \sin \frac{\mu_m}{a} y + \sinh \frac{\mu_m}{a} y - \alpha_m \left( \cos \frac{\mu_m}{a} y + \cosh \frac{\mu_m}{a} y \right) \\ \mu_m &= 4.7300, 7.8532, 10.9956, 14.1372, 17.2789, 20.4203, \dots, \frac{2n-3}{2} \pi \\ \alpha_m &= (\sin \mu_m - \sinh \mu_m) / (\cos \mu_m - \cosh \mu_m), \quad m = 3, 4, 5, \dots, \infty \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (3)}$$

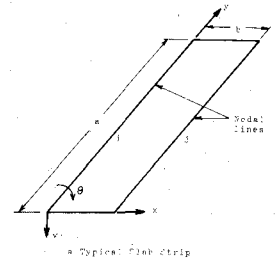


図-1

なお、これらの基本関数には、つぎのような直交性があるため、解析上の利点となっている。

$$\int_0^a Y_m Y_n dy = 0, \quad \int_0^b Y_m'' Y_n'' dy = 0 \quad (m \neq n \text{ のとき}) \quad \text{---- (4)}$$

運動方程式は、周知のごとく、次式で与えられる。

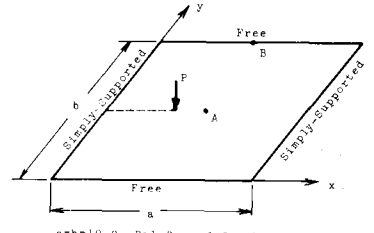
$$[M]\{\ddot{S}(t)\} + [C]\{\dot{S}(t)\} + [K]\{S(t)\} = \{F(t)\} \quad \text{---- (5)}$$

ここに、 $[M]$ : 質量マトリックス、 $[C]$ : 減衰マトリックス、 $[K]$ : 剛性マトリックス、 $\{S(t)\}$ ,  $\{\dot{S}(t)\}$ ,  $\{\ddot{S}(t)\}$ : それぞれ、節線変位パラメータの加速度、速度、変位ベクトル、 $\{F(t)\}$ : 外力ベクトル である。

動的応答解析では、FSMの利点である、自由度数の少ないことを考慮して、モード・アナリシスを用いた。なお、簡単のために、減衰は無視し、動荷重も質量のない外力として解析した。

### 3. 計算例

2. で示した2種類の基本関数によるFSMを用いて、相対する2辺単純支持、他の2辺自由の等方性正方形板(図-2)の固有値解析の結果を表-1に示す。つぎに、同じ正方形板の中心線上を、集中外力  $P=1.0$  が移動した場合の動的応答解析の結果を図-3



に示す。この場合、両端単純支持のStrip要素を用いたFSM、および、両端自由のStrip要素を用いたFSMによる結果は、ほとんど一致したため、この図では、FSMによる結果として統一して示してある。この例では、板の中央(点A)におけるため

は、はりによる動的応答解析の結果と比較して、ほぼ一致しているが、板の端点(点B)におけるためめには、板としての挙動が表れているのがわかる。なお、図-3は、速度パラメータ  $\alpha = v/(2f_1 a) = 2\pi$ 、( $v$ : 荷重速度、 $f_1 = \omega_1/2\pi$ 、 $a$ : スパン長)に対するものである。また、静的解は、板の中央(点A)におけるものであり、両端単純支持のStrip要素を用いたFSMによる解である。

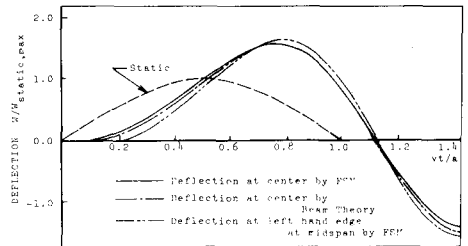


Fig.3 Response history curves using FSM and flexible beam theory. Pass of load at center line.

連続板の動的応答解析には、両端自由のStrip要素を用いたFSMを適用する。その場合の計算結果は、当日示す予定である。

TABLE-1 CIRCULAR FREQUENCIES FOR ORTHOTROPIC PLATE  
a=b=10.0, v=0.3, h=1.0, D=1.0

| Frequencies<br>$\omega$ | FSM<br>(Simple-Simple)<br>10 Strips | Mode<br>x,y | FSM(Free-Free)       |                     | Simple Beam<br>$\omega_n = \frac{n^2 \pi^2}{a^2} \sqrt{\frac{EI}{A}}$ |
|-------------------------|-------------------------------------|-------------|----------------------|---------------------|-----------------------------------------------------------------------|
|                         |                                     |             | 10 Strips<br>4 Modes | 8 Strips<br>6 Modes |                                                                       |
| 1                       | 0.09631                             | 1,1         | 0.09747              | 0.09708             | 0.09870                                                               |
| 2                       | 0.1613                              | 1,2         | 0.1620               | 0.1619              | —                                                                     |
| 3                       | 0.3673                              | 1,3         | 0.3684               | 0.3675              | —                                                                     |
| 4                       | 0.3895                              | 2,1         | 0.3931               | 0.3922              | 0.3948                                                                |
| 5                       | 0.4674                              | 2,2         | 0.4706               | 0.4704              | —                                                                     |
| 6                       | 0.7075                              | 2,3         | 0.7141               | 0.7088              | —                                                                     |
| 7                       | 0.7530                              | 1,4         | 0.7536               | 0.7530              | —                                                                     |
| 8                       | 0.8799                              | 3,1         | 0.8869               | 0.8863              | 0.8883                                                                |
| 9                       | 0.9604                              | 3,2         | 0.9679               | 0.9682              | —                                                                     |
| 10                      | 1.1106                              | 2,4         | 1.1172               | 1.1117              | —                                                                     |

### 参考文献

- 1)例えば、W.S.Peterson and C.N.Vostem, "Dynamic analysis of highway bridges using the Finite element method", Fritz engineering laboratory report, No.400.7, 1972.
- 2)J.W.Smith, "Finite strip analysis of the dynamic response of beam and slab highway bridges", Earthquake engineering and structural dynamics, Vol.1, pp.357-370, 1973.